

**Entwicklung von Modellen
zur Abschätzung der
Steifigkeit und Tragfähigkeit von Holztafeln**

**von
Dipl.-Ing. Olaf J.P. Dettmann
aus Lübeck**

Bericht Nr. 03-1

**aus dem Institut für Baukonstruktion und Holzbau
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig
Univ. Prof. Dr.-Ing. M. H. Kessel**

Braunschweig 2003

**Entwicklung von Modellen
zur Abschätzung der
Steifigkeit und Tragfähigkeit von Holztafeln**

vom

**FACHBEREICH BAUINGENIEURWESEN
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT CAROLO-WILHELMINA
ZU BRAUNSCHWEIG**

**zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktoringenieurs
(Dr.-Ing.)**

**genehmigte
DISSERTATION**

**von Herrn Dipl.-Ing. Olaf J.P. Dettmann
aus Lübeck**

Eingereicht am:	13. Juni 2003
Mündliche Prüfung am:	5. Dezember 2003
Berichterstatter:	Univ. Prof. Dr.-Ing. Martin. H. Kessel, Braunschweig Univ. Prof. Dr.-Ing. Peer Haller, Dresden

Diese Arbeit entstand in den letzten beiden Jahren meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baukonstruktion und Holzbau und wurde ab dem Jahr 2000 parallel zu meiner Tätigkeit als Berechnungsingenieur beim Forschungs- und Entwicklungszweig der Volkswagenwerke Wolfsburg weitergeführt.

Mein in den ersten Berufsjahren erlangtes Grundwissen bezüglich dieser Arbeit verdanke ich Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Horst Schulze, der mir aus erster Hand Informationen zum Thema Holztafelbau vermittelte. Herr Dipl.-Ing. Theodor Schönhoff gilt an dieser Stelle für die langjährige fachliche Unterstützung ein besonderer Dank.

Ermöglicht wurde diese Arbeit durch Herr Univ.-Prof. Dr.-Ing. Martin H. Kessel, der mich durch sein wissenschaftliches Interesse und seine stetige Diskussionsbereitschaft intensiv gefördert hat. Hierfür und für die fachlichen Anregungen, die maßgeblich zur Abrundung der Arbeit beitrugen, bedanke ich mich bei meinem verehrten Doktorvater.

Mein Dank gilt ebenso den Mitgliedern der Prüfungskommission, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. h.c. Heinz Duddeck für den Vorsitz sowie Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Udo Peil als Prüfer. Insbesondere möchte ich Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Peer Haller für sein Interesse und die Übernahme des Berichtes danken.

Den beiden Paten meiner Kinder, Herrn Dipl.-Ing. Matthias Behrens und Herrn Dipl.-Kfm. Norbert Nimbach, die beide aus jeweils unterschiedlicher Sichtweise die Arbeit in Augenschein nahmen, möchte ich für ihre Verbesserungsvorschläge danken. Des Weiteren möchte ich an dieser Stelle den Mitarbeitern, ehemaligen Kollegen und studentischen Hilfskräften des Instituts für ihre Hilfe danken.

Ohne die unendliche Geduld und Unterstützung meiner Frau Anja wäre diese Dissertation neben meiner Tätigkeit und der Fürsorge unserer Kinder Laura und Eric wohl nicht zu Ende geführt worden.

INHALTSVERZEICHNIS

1 EINLEITUNG.....	1
1.1 Konstruktion von Holztafeln.....	2
1.2 Verbund von Rippen und Beplankung	4
1.3 Beschreibung des Tragverhaltens.....	7
1.4 Statische Modelle zur Wiedergabe des Tragverhaltens / Stand der Forschung.....	8
1.4.1 Modell I – Tafel mit gelenkig verbundenen Rippen.....	8
1.4.2 Modell II – Tafel ohne Verbindung der Rippen	13
1.4.3 Modelle III und IV – Tafeln mit Kontaktstoß der Rippen	14
1.4.4 In der Norm verwendete Modelle.....	16
1.5 Motivation und Zielsetzung der Arbeit	16
2 FINITE-ELEMENTE MODELLIERUNG VON HOLZTAFELN	18
2.1 Steifigkeitsmatrix des entwickelten Kopplungselementes.....	19
2.1.1 Balkenmatrix	21
2.1.2 Matrix des gebetteten Balkens	22
2.1.3 Matrix des Kopplungselementes.....	24
2.2 Modellierung des nichtlinearen Nageltragverhaltens	26
2.2.1 Last-Verformungskurven von Nägeln	26
2.2.2 Simulation des nichtlinearen Nageltragverhaltens.....	28
2.2.3 Auswertung unterschiedlicher Iterationsverfahren.....	29
2.3 Diskretisierung des Modells I mit gelenkig verbundenen Rippen	31
2.4 Diskretisierung des Modells II / Schubfeldmodell	33
2.5 Diskretisierung der Modelle III und IV mit Kontaktstoß der Rippen	34
2.5.1 Ermittlung der Federsteifigkeit des Kontaktstoßes	34
2.5.2 Verformungsverhalten des Kontaktstoßes.....	36
2.6 Diskretisierung von dreieckförmigen Tafeln.....	36
2.6.1 Modell I	37
2.6.2 Modell II	37
2.6.3 Modellierungsgrenzen	38

2.7 Nachweise der Tafelbauteile	38
2.7.1 Scheibenquerschnitt.....	38
2.7.2 Verbindungsmittel	38
2.7.3 Normalkraftbeanspruchbarkeit der Rippen	39
2.7.4 Biegebeanspruchbarkeit der Kopfrippe.....	40
2.7.5 Tragfähigkeit der Rippenverbindung	42
2.8 Vergleich der Modelle mit bisherigen Forschungen.....	43
2.8.1 Vergleich von Modell I mit dem Modell nach <i>Tuomi und McCutcheon</i>	43
2.8.2 Vergleich von Modell I mit dem Modell nach <i>Kessel</i>	45
2.8.3 Vergleich von Modell II mit dem Schubfeldmodell	45
3 UNTERSUCHUNG DER BEANSPRUCHUNGEN UND VERFORMUNGEN	47
3.1 Rechtecktafeln	47
3.1.1 Modell I mit starren Rippen	47
3.1.2 Modell I mit steifen Rippen.....	51
3.1.3 Modell II mit starren Rippen	57
3.1.4 Modell II mit steifen Rippen.....	60
3.1.5 Modell III mit starren Rippen	63
3.1.6 Modell III mit steifen Rippen.....	65
3.1.7 Modell IV mit starren Rippen.....	67
3.1.8 Modell IV mit steifen Rippen	68
3.2 Trapezförmige Tafeln.....	69
3.2.1 Modell I mit starren Rippen	69
3.2.2 Modell I mit steifen Rippen.....	72
3.2.3 Modell II mit starren Rippen	77
3.2.4 Modell II mit steifen Rippen.....	80
3.2.5 Modell III mit starren Rippen	84
3.2.6 Modell III mit steifen Rippen.....	85
3.2.7 Modell IV mit starren Rippen.....	87
3.2.8 Modell IV mit steifen Rippen	88
3.2.9 Dreieckförmige und trapezförmige Tafeln mit $h_{d,rechts} \leq 1000$ mm	89
4 FORMÄNDERUNGSENERGIE VON TAFELELEMENTEN	94
4.1 Gesamtpotential	94
4.2 Formänderungsenergieanteile.....	95
4.2.1 Anteile aus den Verbindungsmitteln.....	96
4.2.2 Anteile aus Rippennormalkräften	97
4.2.3 Anteile aus Rippenbiegung	97
4.2.4 Anteile aus Kontaktstößen	98

5 UNTERSUCHUNG DER ENERGIEANTEILE.....	99
5.1 Rechtecktafeln mit linearem Nageltragverhalten	99
5.1.1 Modell I mit gelenkig verbundenen Rippen.....	100
5.1.2 Modell II / Schubfeldmodell.....	104
5.1.3 Modell III mit starrem Kontaktstoß der Rippen	106
5.1.4 Modell IV mit steifem Kontaktstoß der Rippen.....	107
5.1.5 Vergleich der Modelle mit linearem Nageltragverhalten	109
5.2 Rechtecktafeln mit nichtlinearem Nageltragverhalten.....	111
5.2.1 Modell I mit gelenkig verbundenen Rippen.....	112
5.2.2 Modell II / Schubfeldmodell.....	116
5.2.3 Modell III mit starrem Kontaktstoß der Rippen	116
5.2.4 Modell IV mit steifem Kontaktstoß der Rippen.....	117
5.3 Trapezförmige Tafeln mit linearem Nageltragverhalten.....	117
5.3.1 Modell I mit gelenkig verbundenen Rippen.....	119
5.3.2 Modell II / Schubfeldmodell.....	123
5.3.3 Modell III mit starrem Kontaktstoß der Rippen	129
5.3.4 Modell IV mit steifem Kontaktstoß der Rippen.....	129
5.4 Trapezförmige Tafeln mit nichtlinearem Nageltragverhalten	134
5.4.1 Modell I	135
5.4.2 Modelle II, III und IV	135
6 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK.....	137
6.1 Rechtecktafeln	137
6.1.1 Fazit und Ausblick.....	139
6.2 Trapezförmige Tafeln	140
6.2.1 Fazit und Ausblick.....	142
7 LITERATURVERZEICHNIS.....	I

Kapitel 1

Einleitung

Wohn- und Geschäftsgebäude werden überwiegend durch vertikale Einwirkungen wie Eigengewicht, Verkehrs- und Schneelast beansprucht. Horizontale Einwirkungen resultieren im Wesentlichen aus Wind, Erdbeben und Aussteifungslasten. Dach-, Decken-, und Wandbauteile müssen dabei ein räumliches Tragsystem bilden, welches die horizontalen Kräfte in die Fundamente und damit in den Baugrund ableitet. Die aussteifenden Teilsysteme können Scheiben, Rahmen oder Verbände sein, die in Material und Form variieren können. Diese Arbeit befasst sich mit Scheiben in Holzbauart und hier speziell der Holztafelbauart.

Die industrielle Fertigung von Dach-, Decken- und Wandbauteilen in Holztafelbauart ermöglicht eine wirtschaftliche Aussteifung von Gebäuden. Sie wird bauseits auch als Holzrahmenbauart bezeichnet und wurde 1930 zum ersten Mal in Deutschland von *Wachsmann K.* beschrieben. Die auf den Holzrippen, im Folgenden kurz Rippen genannt, kontinuierlich verbundene Beplankung dient neben bauphysikalischen Aspekten der Aussteifung von Rippenquerschnitten in Scheibenebene sowie der des gesamten Gebäudes. Der Einsatz von Holztafeln ermöglicht eine ebene Raumbegrenzung, so dass die Holztafelbauart die weit rationellere Bauart im Vergleich zur Fachwerkbauart oder der Bauart von Scheiben aus Brettschalung darstellt, da keine zusätzlichen Verbindungspunkte ausgeführt werden müssen.

Der rechnerische Nachweis dieser Verbundkonstruktion kann wegen der fehlenden Diagonalen nur bedingt mit Hilfe der Fachwerktheorie (z.B. *Hrennikoff-Modell*) geführt werden. Damit überhaupt ein solcher Nachweis erbracht werden kann, wurde bisher unter Berücksichtigung von Versuchsergebnissen, z.B. *Adams, Noel (1976)* und *Tuomi und Gromala (1977)*, ein empirischer Tragsicherheitsnachweis geführt. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass sich der aufstellende Ingenieur strikt an konstruktive Details hält. Um neue Konstruktionen nachzuweisen, waren zusätzliche kostenintensive Versuche erforderlich. Aus diesen Gründen wurden von zahlreichen Forschern diverse theoretische Modelle entwickelt, die durch Versuche verifiziert sind und das Tragverhalten von Scheiben in Holzbauart beschreiben. Auf dieser Grundlage wurden allgemeingültige Ansätze zur Berechnung und damit zum Nachweis von Scheiben in Holzbauart entwickelt.

Die unterschiedlichen Rechenmodelle werden später vorgestellt und analysiert. Fast alle Rechenmodelle geben das Tragverhalten eines einzelnen Holztafelelementes wieder, also einer Tafel nach Abb.1-1. Die Untersuchungen von Tafelementen lassen sich z.B. nach *Gupta und Kuo (1987)*, *Itani, Tuomi und McCutcheon (1982)* und *Wolfe (1983)* auch auf größere Tafeln anwenden, die aus mehreren aneinander gereihten und kraftschlüssig miteinander verbundenen Tafelementen bestehen.

Zur einfachen Diskretisierung von FE-Modellen für Scheiben in Holztafelbauart wird in dieser Arbeit ein zweidimensionales Kopplungselement entwickelt. Dieses Element beschreibt die Kopplung der Kräfte zwischen der Beplankung und einer Rippe, wobei beide Elemente mit äquidistanten Verbindungsmitteln verbunden sind. Sowohl die Verschiebungen der Scheibe als auch die Verschiebungen und Verdrehungen der Rippe und darüber hinaus die Steifigkeiten der Verbindungsmittel werden dabei berücksichtigt. Um den Einfluss des nichtlinearen Tragverhaltens der Verbindungsmittel zu untersuchen, wird ein iteratives Lösungsverfahren entwickelt und programmtechnisch aufbereitet. Dazu werden diverse Last-Verformungsdiagramme von Verbindungsmitteln zu einer idealisierten Last-Verformungskurve zusammengefasst und in das FE-Modell implementiert.

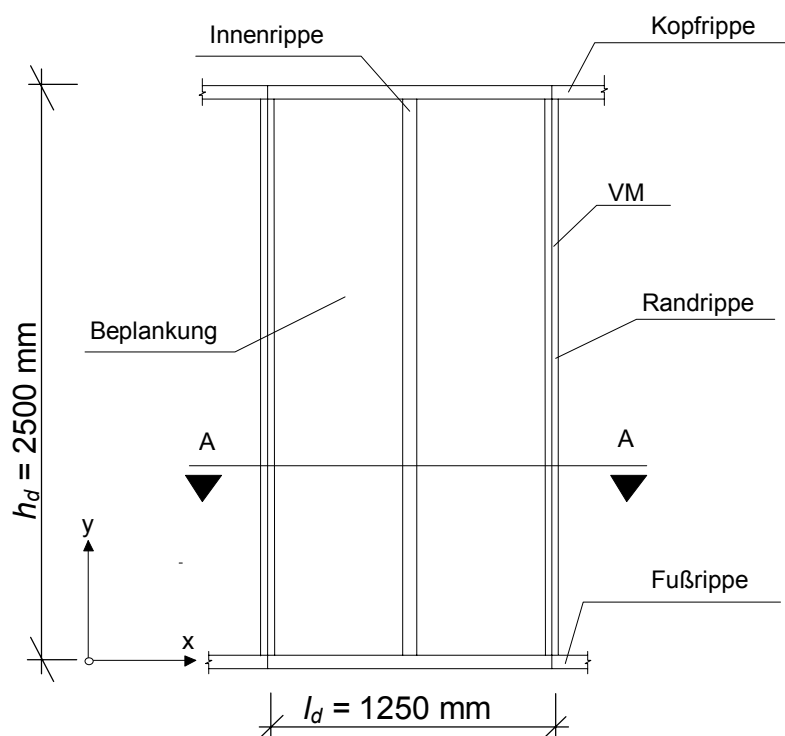
Ziel dieser Arbeit ist es, auf der Grundlage einer Parameterstudie für verschiedene statische Modelle das Tragverhalten eines Holztafelelementes auch mit unterschiedlichen Seitenverhältnissen zu analysieren. Zur Charakterisierung des Tragverhaltens werden primär Verformungen betrachtet. Verformungen können aus dem Arbeitssatz oder aus dem Energiesatz bestimmt werden. Danach setzen sich die Verformungen aus den verschiedenen Arbeitsanteilen bzw. Energieanteilen der einzelnen Bauteile zusammen. Deshalb werden in dieser Arbeit die Last-Verformungskurven und die Formänderungsenergieanteile der einzelnen Bauteile unter Berücksichtigung unterschiedlicher Materialgesetze verglichen. Ein aus diesen Untersuchungen resultierendes, einfaches, statisch bestimmtes Modell, welches das Tragverhalten von Holztafeln ausreichend wiedergibt, ermöglicht die Herleitung eines einfachen Rechenverfahrens.

1.1 Konstruktion von Holztafeln

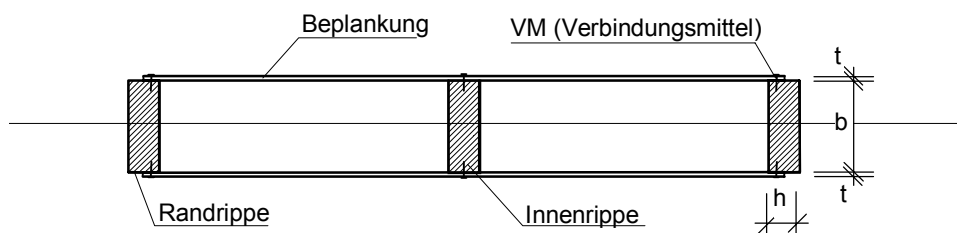
Insbesondere die hier beschriebenen Wandscheiben in Holztafelbauart bestehen aus in regelmäßigen Abständen angeordneten vertikalen Rippen bzw. Stielen, die zusammen mit der Kopfrippe und der Fußrippe einen „Rahmen“ bilden. Dieser ist in der Regel in den Eckpunkten nicht oder nur konstruktiv verbunden, so dass er unter Umständen eine kinematische Kette bildet. Die Verschiebung der Holzrippen

muss durch die Beplankung und durch die Verbindungsmittel zwischen Rippen und Beplankung verhindert werden. Der Begriff Verbindungsmittel wird im Folgenden oft durch VM abgekürzt.

Die Tafel kann als ein- oder beidseitig beplankte Tafel ausgeführt werden. Als Beplankung werden Holzwerkstoffplatten (z.B. Span-, Faser-, OSB-Platten), Gipskarton- oder Gipsfaserplatten eingesetzt. Zwischen den Rippen und der Beplankung wird durch Nägel, Klammern oder Schrauben eine kontinuierliche Verbindung hergestellt.



ANSICHT



SCHNITT A-A

Abb.1-1: Holztafel, bestehend aus einem Tafelelement

Die Dicke t der Beplankung variiert je nach Beanspruchung, Anforderung an die Gebrauchstauglichkeit (z.B. Schall- oder Brandschutz) und Material der Platte. Die Breite b der Rippen aus Vollholz der Sortierklasse S10 ist häufig von der erforder-

lichen Dicke der Wärmedämmung abhängig. Die Innenrippe dient im Wesentlichen der Beplankungsaussteifung gegen Ausweichen aus der Tafelebene (Beulen). Da auf dieser Rippe kein Plattenstoß angeordnet ist, lässt sich eine geringere Höhe h als bei den Randrippen realisieren.

1.2 Verbund von Rippen und Beplankung

Entscheidenden Einfluss auf die Tragfähigkeit von Tafeln hat der Verbund zwischen Rippen und Beplankung. Untersuchungen, z.B. *McCutcheon (1985)*, *Patton-Mallory und McCutcheon (1987)*, *Patton-Mallory und Soltis (1986)* sowie *Tuomi und McCutcheon (1978)* zeigen, dass die Festigkeit und Steifigkeit einer typischen Wand in Holztafelbauart vor allem von der Anzahl, der Festigkeit sowie der Steifigkeit der einzelnen Verbindungsmittel zwischen Beplankung und Rippen abhängig sind. Bei seiner ausführlichen Analyse über die möglichen Scheiben- und Plattenkonstruktionen in Holzbauart geht *Kessel (2001)* u.a. auf die Problematik von nicht eingehaltenen VM-Abständen zum Beplankungsrand ein. *Kessel, Huse und Augustin (2001)* geben Auskunft über die Beanspruchbarkeit des Verbundes von Rippen und Beplankung im Hinblick auf nicht eingehaltene Randabstände. Demnach ergibt sich der Verbund generell aus mehreren Material- und Geometrieparametern. Dabei stellen die Festigkeit des Verbindungsmittels mit dem Durchmesser d und die Lochleibungsfestigkeiten des Rippenwerkstoffes sowie des Beplankungswerkstoffes die Materialparameter dar. Das Kraft-Verschiebungsdiagramm für einige Beplankungswerkstoffe ist in Abb.1-2 abgebildet. Die in der Untersuchung verwendete Last-Verformungskurve der Verbindungsmittel ist als blaue gestrichelte Kurve dargestellt.

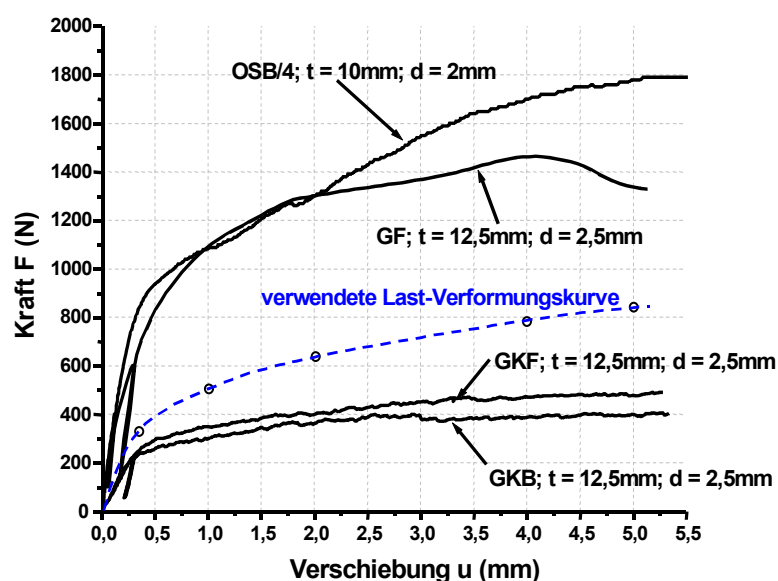


Abb.1-2: Kraft-Verschiebungsdiagramm einer Lochleibungsprüfung nach EN383 [54]

Die Beplankungsdicke t , der Randabstand a , die Eindringtiefe des Verbindungsmittels in das Holz und der Winkel ϕ zwischen der Richtung der VM-Kraft V und dem Beplankungsrand stellen die Geometrieparameter dar; s.a. Abb.1-3.

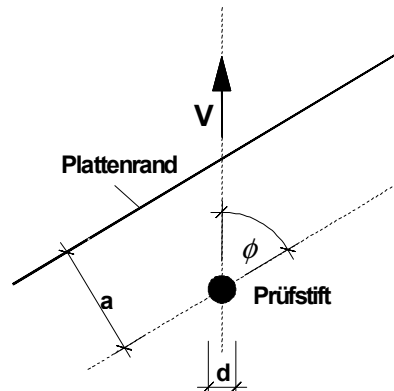


Abb.1-3: Randabstand a des VM zum Beplankungsrand, Winkel ϕ zwischen Beplankungsrand und Richtung der Kraft V

Kessel *et al.*(2001) führen die Randlochfestigkeit $f_{h,a,\phi}$ des Plattenrandes ein. In ihrem Bericht stellen sie in Diagrammen die Abhängigkeit der Randlochfestigkeit vom Winkel ϕ und dem Abstand a auf die Randlochfestigkeit $f_{h,a,\phi}$ des Plattenrandes relativ zur Lochleibungsfestigkeit f_h dar (Abb.1-4).

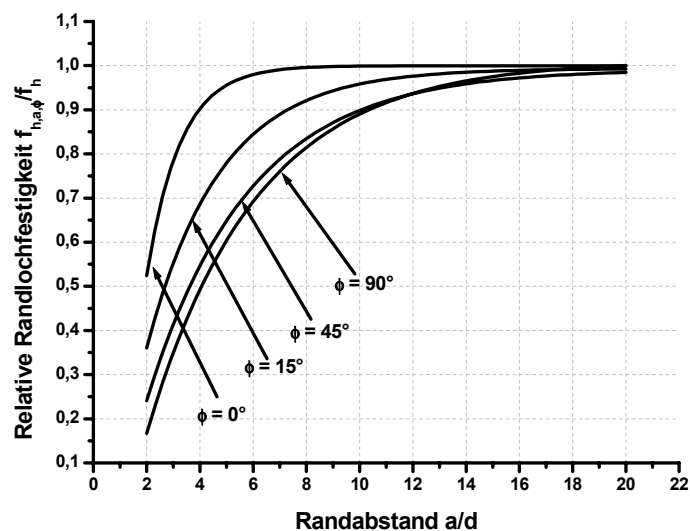


Abb.1-4: Relative Randlochfestigkeit $f_{h,a,\phi} / f_h$ in Abhängigkeit vom Belastungswinkel ϕ und dem Randabstand a/d [54]

Mit den von *Johansen (1949)* entwickelten mechanischen Modellen zur Ermittlung der Tragfähigkeit von Verbindungsmitteln kann der Einfluss des Randlochversagens R_k dagegen nur näherungsweise bestimmt werden:

$$R_k = f_{h,k} \cdot t_p \cdot d \quad (1.1)$$

Anstelle der Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$ sollte nach *Kessel* in dieser Gleichung die Randlochfestigkeit $f_{h,a,\phi}$ verwendet werden. Damit sind im Gegensatz zum *Johansen*-Modell auch die Tafeln rechnerisch nachweisbar, bei denen der Mindestrandabstand $a_{4,t}$ des Verbindungsmittels zum Beplankungsrand unterschritten ist.

Abb.1-5 zeigt, dass die Geometrieparameter a und ϕ auch Einfluss auf die Steifigkeit und damit auf das Tragverhalten des Verbundes von Rippen und Beplankung haben. Bei einer parallel zum Beplankungsrand gerichteten Beanspruchung der Verbindungsmittel nahe der Tragfähigkeitsgrenze nehmen die Verformungen deutlich zu. Ist der Randabstand ausreichend groß, tritt duktiles Versagen auf. Bei einer senkrecht zum Beplankungsrand wirkenden Verbindungsmittelkraft stellt sich sprödes Versagen ein.

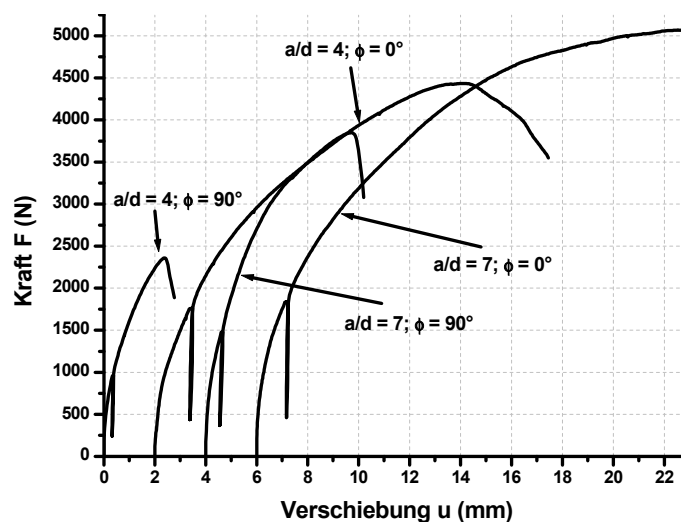


Abb.1-5: Kraft-Weg-Diagramm für die Verbindung Gipskarton-Holz in Abhängigkeit von ϕ und a/d [54]

Im weiteren Verlauf der Arbeit zeigt sich, dass bei den statischen Modellen zur Analyse des Tragverhaltens von Holztafeln Modellvarianten vorhanden sind, die ausschließlich nur VM-Beanspruchungen aufweisen, die parallel zur Rippenachse wirken. Andere Modelle weisen hingegen in den Eckbereichen der Tafel VM-

Kräfte auf, die in einem Winkel ϕ von 30° bis maximal 60° zur Rippenachse wirken. Bei den hier gewählten Bauteilquerschnitten ergibt sich ein Verhältnis $a/d = 9,1$. Somit verringert sich nach Abb.1-4 die relative Randlochfestigkeit maximal auf 85% des Bemessungswertes.

1.3 Beschreibung des Tragverhaltens

Unter der Voraussetzung, dass die Dicke der Beplankung so gewählt wird, dass das Beulen unberücksichtigt bleiben kann, zeigen rechteckige Scheiben in Holztafelbauart unter einer horizontalen Belastung in der Scheibenebene bei geometrischen Änderungen ein grundsätzlich gleiches Tragverhalten. Dies gilt für Änderungen sowohl der inneren Scheibengeometrie (Rippenquerschnitte $b \times h$, Beplankungsdicke t , VM-Abstand a_1) als auch der äußeren Scheibenabmessungen (Scheibenlänge l_d und -höhe h_d).

Durch ihre hohe Steifigkeit behält die Beplankung ihre Form. Das heißt, es kommt nur zu sehr geringen Diagonalverformungen, die entsprechend z.B. *Gromala (1985)*, *Gupta und Kuo (1985)*, *Henrici, Kufner und Müller (1980)*, *Kamiya (1987)*, *Patton-Mallory und McCutcheon (1987)* sowie *Tuomi (1978)* keinen großen Anteil an der Gesamtverformung haben. Diese auf Versuche basierenden Untersuchungen unterstützen die auch in dieser Arbeit getroffene Annahme, welche die Verformungen der Beplankung in den Modellen vernachlässigt.

Wandtafeln erfahren infolge der an der Kopfrippe eingeleiteten Horizontalkraft eine Starrkörperverdrehung sowie eine horizontale Starrkörperverschiebung der Beplankung gegenüber der unverschieblichen Fußrippe. Bis zu einem bestimmten Kraftniveau ist eine Verbindung der Rippen gegeben, so dass diese sich zu einem Parallelogramm verformen (*Gupta und Kuo (1985)*). *Easley, Foomani und Dodds (1982)* gehen auf die Tragfähigkeit der Rippenverbindungen anhand von Vergleichsversuchen ein. Ihre Vorversuche zeigen, dass sich die zugbeanspruchten Rippenverbindungen ab einer gewissen Beanspruchung trennen. In ihren Versuchen sind diese Verbindungen verstärkt worden, um die Trennung der Rippenverbindung zu verhindern.

Die Innenrippe verläuft parallel zu den äußeren vertikalen Rippen. *Ramstad, Reyes und Espiloy Jr. (1971)* sowie *Itani, Tuomi und McCutcheon (1982)* stellten fest, dass bei Wänden, die horizontal beansprucht werden, die Nagelverformungen entlang der Innenrippe sehr gering sind und deshalb die Innenrippe in diesem Fall nicht zur Lastabtragung der Tafel in Scheibenebene beiträgt.

Es wird von einer scheibenartigen Beanspruchung der Tafel ausgegangen, bei der nur der Membranspannungszustand betrachtet wird und somit die Beplankung ausschließlich als Scheibe trägt. Für das in Abb.1-1 dargestellte Wandelement wird somit unterstellt, dass es bei der Lasteinleitung in die Kopfrippe zu keiner Torsions- oder Biegebeanspruchung der Rippe kommt. *Glos, Henrici und Schmeler (1987)* stellen heraus, dass bei einseitig beplankten Tafeln konstruktionsbedingt Stützkräfte senkrecht zur Tafelebene auftreten, die im ungünstigsten Fall nur 2% der angreifenden horizontalen Last betragen. Ausgehend von den bisherigen Forschungen reicht es aus, ein zweidimensionales Modell bei den weiteren Untersuchungen zu Grunde zu legen.

1.4 Statische Modelle zur Wiedergabe des Tragverhaltens / Stand der Forschung

Um das Tragverhalten von belasteten Scheiben zu analysieren und vorherzusagen, sind schon seit den 70er Jahren des letzten Jahrhunderts unterschiedliche Modelle vorgeschlagen worden (*Foschi, 1977; Tuomi und McCutcheon, 1978; Kamiya, 1981; Biger, 1989; Easley et al., 1982; Cziesielski, 1982; Itani und Cheung, 1984; Källsner, 1984; Henrici, 1984, McCutcheon, 1985, Gupta und Kuo, 1985; Itani und Falk, 1988; Dolan und Foschi, 1991, Kessel und Augustin, 1991; Schmidt, 2000; Kessel und Schönhoff, 2001; Kessel, 2001* und andere). Verschiedene Annahmen liegen diesen Modellen zu Grunde. Sie umfassen sowohl lineare als auch nichtlineare Analysen, denen Energie- oder Finite-Elemente-Ansätze zu Grunde liegen. Die wichtigsten Modelle sollen im Folgenden vorgestellt werden.

1.4.1 Modell I – Tafel mit gelenkig verbundenen Rippen

Die meisten bisher durchgeführten Untersuchungen gehen im Wesentlichen von dem in Abb.1-6 dargestellten statischen Modell I aus, da die Wahl eines solchen statischen Modells aufgrund der zur Lagesicherung gedachten Rippenverbindung am nahe liegendsten erscheint. Bei einigen Rechenmodellen sind jedoch Richtungsvorgaben der VM-Verschiebung vorhanden, die z.T. nicht im Einklang mit der Verformung des Modells stehen.

Die Rippen gemäß Abb.1-6 sollen gelenkig miteinander verbunden sein. In praxi erfolgt die Verbindung der vertikalen Rippen mit der Kopf- und Fußrippe konstruktiv über Schräg- bzw. Hirnholznagelung oder Wellennägel. Hirnholzverbindungen dürfen nach *EC 5, DIN 1052* oder *E DIN1502* nicht zur Kraftübertragung in Rechnung gestellt werden. Die Verbindungen der Rippen müssen bei diesem Modell I Kräfte übertragen können.

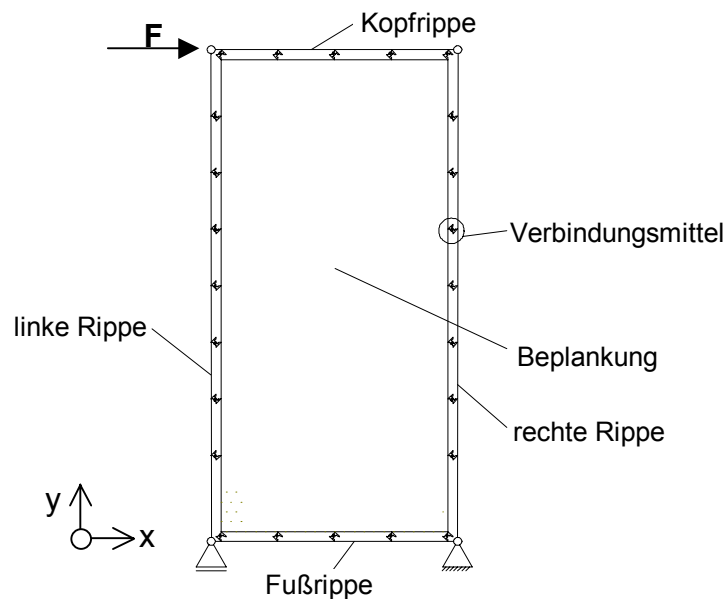


Abb.1-6: Modell einer Tafel mit gelenkig angeschlossenen Rippen, Modell I

Das dem Modell zu Grunde liegende statische System ist mehrfach statisch unbestimmt. Somit kann die Tragfähigkeit oder Gebrauchstauglichkeit unter Berücksichtigung von steifen Rippen ohne Rechnerunterstützung nur mit großem Aufwand nachgewiesen werden.

Eines der ersten Modelle zur Analyse von Scheiben in Holztafelbauart wurde 1978 von *Tuomi und McCutcheon* publiziert. Die von ihnen vorgestellte Herleitung der VM-Beanspruchungen basiert auf der Annahme des Gleichgewichts von äußerer Energie, dem Anteil aus der Verschiebung der äußeren Last, und innerer Energie, also den Anteilen aus den VM-Verformungen. Zur Berechnung der einzelnen Energieanteile wird vorausgesetzt, dass sich die Rippen wie in Abb.1-7 zu einem Parallelogramm verschieben, während die Beplankung ihre Form beibehält und rechtwinklig bleibt. Die Rippen werden als starr angenommen.

Die sich einstellende Verformung der Verbindungsmittel in den Ecken der Tafel erhält eine Richtungsvorgabe, die mit der Diagonalenrichtung der Beplankung zusammenfällt. In dem Modell werden also einige Freiheitsgrade nicht berücksichtigt, so dass tatsächlich nicht vorhandene Festhaltungen die Gesamtverformungen beeinträchtigen.

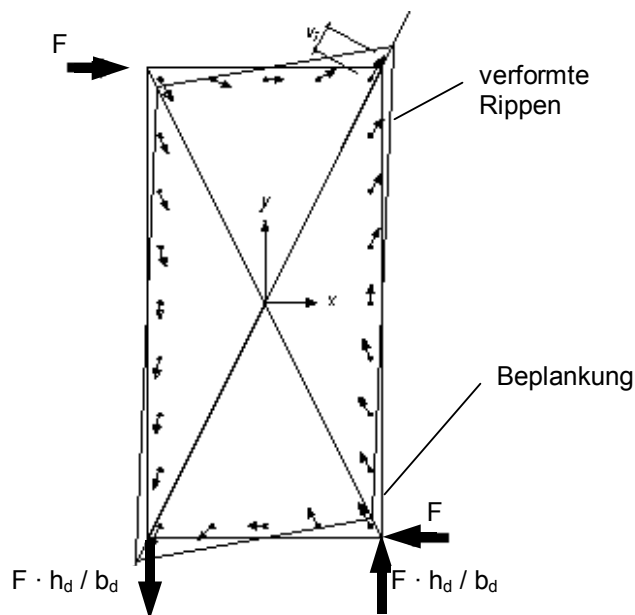


Abb.1-7: Angenommene Verformung einer Wandtafel nach *Tuomi / McCutcheon* [75]

Die Verbindungsmittel werden bei Zugrundelegung einer linearen Last-Verformungsbeziehung bis zu ihrer Bruchlast beansprucht. Die Gesamtverformung der Tafel konnte auf Grund des linearen Materialgesetzes der Verbindungsmittel jedoch nicht zutreffend berechnet werden.

Aufbauend auf den Untersuchungen von *Tuomi und McCutcheon* entwickelte *Itani 1982* ein Modell, bei dem die Steifigkeiten der Beplankung und der Verbindungsmittel durch zwei an den Eckpunkten der Tafel angeschlossene Diagonalen erfasst werden. Die Steifigkeit der Tafel wird somit über die Materialkennwerte und Querschnittswerte dieser Diagonalen abgebildet. Mit dieser Annahme sollte im Wesentlichen die Elementierung für computergestützte Berechnungen vereinfacht werden.

McCutcheon modifizierte 1985 das vorgenannte Modell durch Berücksichtigung der Schubverformung der Beplankung und eines nichtlinearen Materialgesetzes für die Verbindungsmittel mit

$$V = a \cdot s^b \quad (1.2)$$

wobei s = Relativverformung von Nagelspitze und Nagelkopf,
 b, a = Faktoren im Nagelgesetz,
 V = Nagelkraft.

Patton-Mallory und McCutcheon (1987) führten unter Zugrundelegung dieses Modells Untersuchungen mit vier verschiedenen Materialkennlinien der Verbindungsmittel durch. Sie untersuchten außerdem beidseitig beplankte Wände mit unterschiedlichem Beplankungsmaterial je Tafelseite. Nach dem Vergleich der theoretischen Schätzung mit den Versuchsergebnissen sind sie der Meinung, dass asymptotische Materialkurven die beste Vorhersage zur Erfassung von Holztafelverformungen leisten. Die Variablen der asymptotischen Gleichung haben klare physikalische Bedeutung. Sie geben die Bruchlast und die Verschiebung bei Erreichen der Hälfte der Bruchlast an. Sowohl Potenzfunktionen als auch logarithmische Funktionen zur Beschreibung der Materialkennkurven stimmen nur für eine eingeschränkte Anzahl ihrer ermittelten Verschiebungen der Verbindungsmittel sowie der gesamten Tafel überein. Der Ansatz eines hyperbolischen Tangens beschreibt hingegen die Verformungen nur unzureichend. Er braucht nach Meinung der Autoren bei weiteren Forschungen auf dem Gebiet von Befestigungsmittel- und Tafelverformung nicht weiter betrachtet zu werden. Diese Aussagen beziehen sich auf nichtlineare Untersuchungen, die eine möglichst große Übereinstimmung von Versuchs- und Berechnungsergebnissen als Ziel haben. Für tendenzielle Untersuchungen des nichtlinearen Tragverhaltens von Tafeln ist eine polygonartige Materialkennung der Nägel, wie sie im Kap. 2.2.1 beschrieben wird, hinreichend genau.

Parallel zu den genannten Arbeiten wurde versucht, die Methode der Finiten Elemente auf das Wandscheibenproblem anzuwenden. 1976 stellte *Polensek* ein erstes FE-Modell vor, das er fortlaufend neusten Forschungsergebnissen anpasste. Sein FE-Programm „*Structural Analysis of Diaphragms and Trusses (SADT)*“ für Scheiben in Holztafelbauart diente diversen Forschungsarbeiten als Grundlage für eine Weiterentwicklung.

Källsner (1984) veröffentlichte ein Modell mit einer Ansatzfunktion für die Relativverschiebung zwischen Rahmen und Scheibe. Wie in klassischen, numerischen Lösungsverfahren erstreckt sich die Ansatzfunktion über das gesamte Gebiet des zu untersuchenden Wandscheibenmodells. Als Lösungsansatz dient das Verfahren nach Ritz, welches auf dem Prinzip des Minimums der potenziellen Energie basiert.

Der aus den Rippen gebildeten Viergelenkrahmen ist auch bei *Biger (1989)* Bestandteil der Untersuchungen. Die Rippen und die Beplankung werden bei *Biger* als starr angenommen. Unter diesen Annahmen beschreibt er das Verformungsverhalten verschiedener Holztafelkonstruktionen.

Eine nichtlineare Last-Verformungsbeziehung der Verbindungsmittel legt *Raschper (1990)* seinen FE-Simulationen zu Grunde. Er stellt die Bedeutung der nachgiebigen Verbindung der vertikalen Rippen mit der unteren horizontalen Rippe heraus. In seinem FE-Modell gibt er ein trilineares Materialgesetz für den Kontaktstoß der Rippen vor. Anhand seiner Simulationen schlägt er ein Bemessungskonzept für Einraster- und Zweirasterwandtafeln vor.

Kessel und Augustin haben 1991 ein Modell für Dachscheiben, das die Steifigkeit der Sparren sowie der Dachlatten beinhaltet, erarbeitet. Als Beplankungswerkstoff werden Holzfaserplatten verwendet. *Kessel und Wirth (1993)* untersuchten das Tragverhalten von Dachtafeln, bei denen als Beplankungswerkstoff Gipskarton eingesetzt wurde. Bei diesen Forschungen berücksichtigte man auch die begrenzte Tragfähigkeit der Rippenverbindungen und erhielt somit einen weiteren Grenzwert, der neben dem Verbund von Rippen und Beplankung zum Versagen einer Tafel führen kann.

Wenn die beiden Holzbauteile Rippe und Beplankung durch eine Reihe von mechanischen Befestigungsmitteln miteinander verbunden sind, ist es nach *Källsner und Lam (1995)* üblich, ein statisches Modell zu verwenden, bei dem die Rippen als vollständig starr angenommen werden und alle Verformungen auf die Verbindungsmittel bezogen sind. Versuche hierzu blieben jedoch aus. Zur genaueren Analyse des Tragverhaltens einer Holztafel kann das Modell I somit nur bedingt benutzt werden, da die Holzrippen bei Scheibenbeanspruchung beträchtlich verformt werden und daher nicht als starr angesehen werden können.

Den erheblichen Einfluss unterschiedlicher VM-Steifigkeiten auf die Beanspruchung der Beplankung zeigt *Schmidt (2000)*. Hierbei wurden die Steifigkeiten der Rippen und der Beplankung variiert.

Tragfähigkeits- und Gebrauchstauglichkeitsnachweise an kompletten Gebäuden unter Zusammenwirken von Decken- und Wandscheiben stellen *Kessel und Dettmann (2000)* anhand von FE-Simulationen dar. Die horizontale Steifigkeit der Wandtafeln in ihrer Ebene wurde entsprechend dem *Hrennikoff*-Modell durch steife Balken und Stabelemente abgebildet.

Kessel (2001) berechnet Verformungen und Beanspruchungen ebenfalls mit Hilfe der Energiegleichungen. Er gibt jedoch keine Richtung für die Verformungen der Ecknägel an und erhält dadurch mehr Freiheitsgrade als *Tuomi und McCutcheon*. Er geht von gelenkig miteinander verbundenen, starren Rippen aus. Die Last-Verschiebungsbeziehung der Verbindungsmittel ist bei *Kessel* bis zum

Versagen linear-elastisch. Die Verformungen werden dabei als klein im Vergleich zur Länge und Höhe der Tafel angenommen.

1.4.2 Modell II – Tafel ohne Verbindung der Rippen

Ein statisches Modell, welches die Einwirkungen nur unter der Annahme eines Schubflusses der Verbindungsmittel parallel zu den Rippenlängsachsen weiterleitet, wird von *Degenkolb und Loring* sowie auch von *Källsner (1984)* beschrieben (vgl. Abb.1-8). Die Rippen werden als starr angenommen. Demnach wird sich beim Plastizieren der Nägel ein reiner Schubfluss entlang der Rippen einstellen. *Källsner* verteilt jedoch die Kraft der Ecknägel je zur Hälfte auf die benachbarten Rippen, so dass ein solcher Schubfluss nicht gegeben ist. Die konstruktiven Gegebenheiten im Tafelbau widersprechen allerdings dieser Annahme der Kraftaufteilung, denn die Ecknägel sind der Kopf- bzw. Fußrippe zugeordnet.

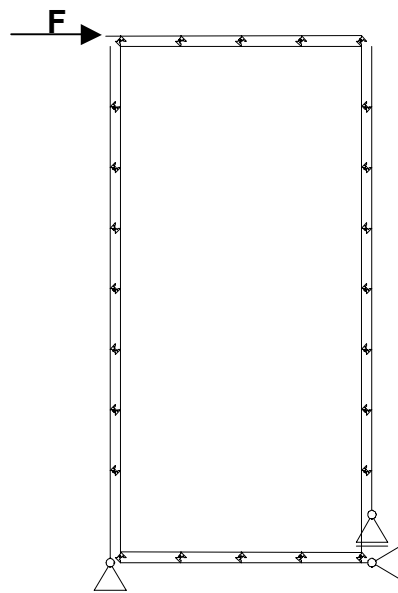


Abb.1-8: Modell einer Tafel mit nicht aneinander gekoppelten Rippen, Modell II oder Schubfeldmodell

Kessel und Schönhoff (2001) entwickelten ein Nachweisverfahren für Deckenscheiben mit und ohne Deckenöffnungen. Es wird dabei von einer reinen Schubbeanspruchung der Beplankung ausgegangen.

Die im realen Tafelmodul vorhandene Druckkraftübertragung und geringfügig vorhandene Zugkraftübertragung zwischen den einzelnen Rippen wird bei Anwendung des Modells II vernachlässigt. Deshalb wird für das im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Modell II die Annahme getroffen, dass die Rippen nicht

miteinander verbunden sind. Hieraus resultieren Durchdringungen der Rippen am verformten Modell (Abb.2-8 und Abb.3-14).

1.4.3 Modelle III und IV – Tafeln mit Kontaktstoß der Rippen

Aus den genannten Gründen einer möglichen Druckkraftübertragung der benachbarten Rippen scheint die Annahme von Kontaktstößen zwischen den Rippen bei der FE-Modellierung sinnvoll. Die Kontaktstöße lassen nur die Übertragung von Druckkräften zu. Bei den hier vorgestellten Modellen III und IV wird somit die im Modell II mögliche Durchdringung der Rippen unterbunden. Die Anordnung der Kontaktstöße und das entsprechende Modell ist in Abb.1-9 dargestellt. Die Kontaktstöße werden in der FE-Modellierung als starr und als steif (nachgiebig) angenommen. Das Modell III simuliert eine Tafel, bei der die Federsteifigkeiten der Kontaktstöße starr sind. In Modell IV wurden die Federsteifigkeiten der Kontaktstöße aus den Steifigkeiten ermittelt, die bei einer Schwellenpressung auftreten.

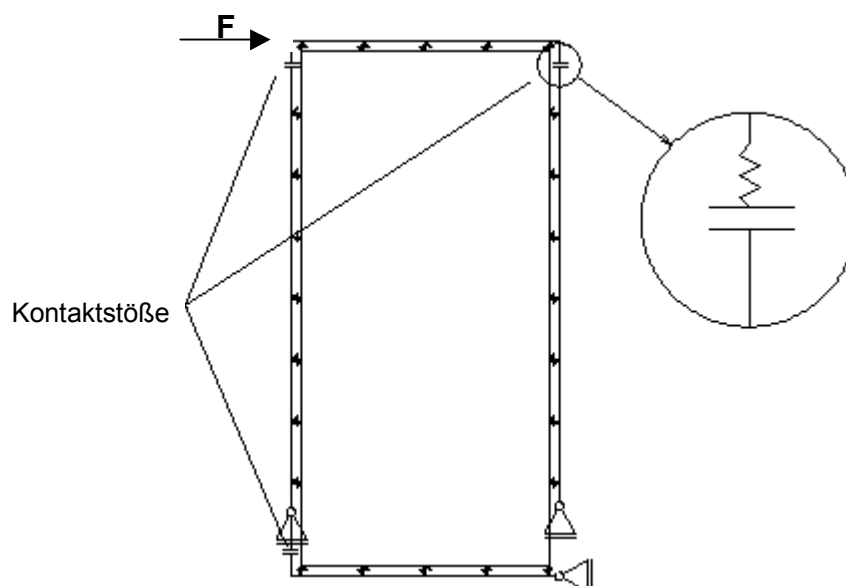


Abb.1-9: Modell mit Kontaktstößen der Rippen, Modell III bzw. Modell IV

Die Auswirkungen einer solchen Verbindung wurden in bisherigen Forschungen kaum betrachtet. Allein *Raschper* (1990) weist in seiner Arbeit auf die Auswirkungen hin. *Raschper* ermittelt den Einfluss der Schwellenpressung auf das Tragverhalten von Wandscheiben in Holztafelbauart. Er untersucht u.a. den Einfluss der Jahrringneigung der Schwelle auf das Tragverhalten von Holztafeln. Trotz vielfältiger Parametervariationen ergeben sich für den „Schlupf“ dieser

Verbindung stets näherungsweise gleiche Werte. Um die FE-Modelle in ihrer Einfachheit zu erhalten, wird auf die Simulation dieser Eingleitphase und die auftretende Reibung verzichtet. Diese Kompatibilitätsprobleme vom Modell zur Hardware ergeben sich nur in der rechten oberen und der linken unteren Tafelecke. In der rechten unteren Tafelecke ergibt sich aufgrund der Auflagerbedingungen keine Inkompatibilität.

Easley, Foomani und Dodds verwenden 1982 ein Modell, dessen VM-Verformungen in Abb.1-10 z.T. dem vorgestellten Modell III entspricht, um mit dem Prinzip des Energiegleichgewichtes die VM-Kräfte und Modellverformungen zu bestimmen. Allerdings weisen die Autoren darauf hin, dass ihre vorgestellten Formeln nur gültig sind, sofern die Rippen miteinander verbunden sind.

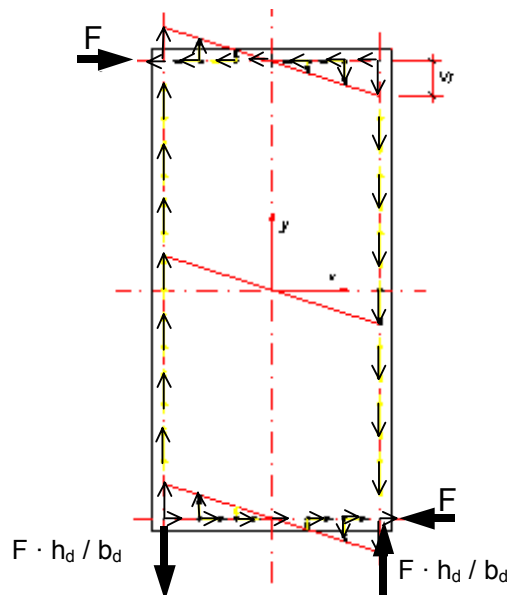


Abb.1-10: Angenommene VM-Verformungen einer Tafel nach *Easley, Foomani und Dodds* [18]

An den Beplankungsrändern nehmen die Verformungen der Nägel linear mit dem Abstand von der Tafelschwerachse zu. Die für die weiteren Berechnungen getroffene Annahme, dass sich auch die Nagelkräfte linear verändern, gilt jedoch nur für ein lineares Materialgesetz der Nägel. Die von *Easley et al.* vorgestellte nichtlineare Last-Verformungskurve der Nägel hat zwei Bereiche. Der erste Bereich der Kurve wird unter Zuhilfenahme einer Potenzfunktion und der zweite Bereich anhand einer linearen Funktion beschrieben.

1.4.4 In der Norm verwendete Modelle

In der *DIN 1052 T1 und T3 (04/1988)* sind Nachweise zur Bemessung von Tafeln unter Scheibenbeanspruchung festgelegt. Die Last wird auf die Anzahl an Nägeln pro Rippe verteilt. Die für die Rippen vorgeschlagenen Querschnitte und die damit verbundenen Vorgaben der VM-Abstände basieren auf der Annahme, dass nur eine Nagelbeanspruchung in Faserrichtung der Rippe erwartet wird. Es wird ein konstanter Schubfluss (entsprechend Modell II) vorausgesetzt. Dies steht jedoch im Widerspruch zu dem in der Norm geforderten Nachweis einer Zugdiagonalen in der Beplankung. Dieser Nachweis steht für die Annahme eines Fachwerkmodells und bedingt somit eine Beanspruchung der Nägel im Eckbereich der Tafel senkrecht zur Faser. Es lässt sich somit kein eindeutiges statisches Modell für die in der Norm festgelegte Nachweisführung finden.

1.5 Motivation und Zielsetzung der Arbeit

Der Einsatz von Wand- und Deckenkonstruktionen zur Ableitung der auf ein Gebäude in Holztafelbauart wirkenden Horizontallasten erfordert einen Standsicherheitsnachweis, der nicht mehr mit Hilfe der Fachwerktheorie geführt werden kann. Im Allgemeinen werden deshalb Standsicherheitsnachweise empirischen Ursprungs geführt. Bei diesen Nachweisen werden bei genauer Angabe der Konstruktionsdetails aus Versuchen die Bruchlast und mit entsprechendem Sicherheitsniveau die im Nutzungszustand zulässige Beanspruchbarkeit ermittelt. Dieser Vorgehensweise liegen die in internationalen Regelwerken verwendeten Standsicherheitsnachweise sowohl für horizontal als auch z.T. für vertikal belastete Wandtafeln bzw. Scheibenbauteile zu Grunde. Die Vielzahl der dafür erforderlichen Versuche, wie auch die starre Bindung des Praktikers an die konstruktive Ausbildung des Bauteils, sind Grund genug, ein theoretisches Modell der Wandtafel zu entwerfen und auf dieser Grundlage ein allgemein gültiges Berechnungsmodell zu entwickeln. Eine Verifizierung dieses Modells anhand von Versuchen ist hierbei natürlich unerlässlich.

Bisherige Forschungen basieren überwiegend auf Modellen, die einen gelenkigen Anschluss zwischen den Rippen annehmen. Manche Modellannahmen unterliegen einer vorgegebenen Richtung der Nagelverformung. Fast alle bisherigen Modellannahmen sind statisch unbestimmte Systeme, die nur mit hohem rechnerischen Aufwand handschriftlich nachgewiesen werden können. Untersuchungen von Holztafeln mit steifen statt starren Rippen wurden bisher kaum durchgeführt.

Diese Arbeit soll Aufschluss über den Unterschied der Beanspruchungen und Verformungen zwischen den vorgestellten Modellen I, III, IV und dem Modell II geben. Die drei erstgenannten Modelle gehen dabei von Verbindungen und Kontaktdefinitionen der Rippen untereinander aus, Modell II dagegen von einem einfachen Schubfeld. Hierzu wird eine horizontale Einheitslast von $F = 1000 \text{ N}$ auf die Modelle aufgebracht. Zeigt sich im Zuge der Untersuchungen ein nur geringfügiger Unterschied im Vergleich mit dem einfachen Schubfeld, wäre die Möglichkeit gegeben, selbst geometrisch komplexe Systeme in einfache Schubfelder zu unterteilen und diese rechnerisch nachzuweisen.

Weiterführend wird das Tragverhalten der unterschiedlichen Modelle mit starren und steifen Rippelementen bei verschiedenen VM-Steifigkeiten bzw. VM-Abständen sowie linearem als auch nichtlinearem Nageltragverhalten aufgezeigt. Steife Rippen weisen eine zugewiesene Steifigkeit auf. Bei starren Rippen treten keine Dehnungen oder Gleitungen auf. Die Untersuchungen erfolgen unter Zuhilfenahme des FE-Programms *ANSYS*. Dabei werden Parameter wie Scheibenabmessungen, Verbindungsmittel- bzw. Federabstände oder Elementsteifigkeiten im Rahmen einer Parameterstudie modifiziert.

Zu trapezförmigen Tafeln in Holztafelbauart sind in der Literatur keine Angaben zu finden. Bisher schien es nicht sinnvoll, solche Tafeln bei Standsicherheitsnachweisen zur Kraftübertragung heranzuziehen. Trapezförmige Holztafeln sind jedoch beispielsweise in Dachgeschossen von Gebäuden zu finden. Daher wird hier ebenfalls das Tragverhalten solcher Tafeln untersucht, um eine Aussage über ihre Steifigkeit und damit über eine mögliche Kraftübertragung machen zu können. Hierzu werden praxisnahe Geometrien für trapezförmige Tafeln gewählt.

Um das Tragverhalten von Tafeln mit sehr kurzen Rippenlängen zu analysieren, wird in dieser Arbeit ein Kopplungselement entwickelt, das den Verbund zwischen Rippe und Beplankung im FE-Modell simuliert. Dieses FE-Element führt zu einer erheblichen Verringerung an Freiheitsgraden im FE-Modell der Tafeln.

Kapitel 2

Finite-Elemente Modellierung von Holztafeln

Den nachfolgenden Untersuchungen liegen die allgemein gebräuchlichen Scheibenabmessungen mit der Länge $l_d = 1,25$ m und der Höhe $h_d = 2,50$ m zu Grunde. Die Abmessungen dieser Tafel entsprechen damit den Abmessungen einer Einrastertafel bzw. eines Tafelelements, das bauseits am häufigsten Verwendung findet und deshalb auch hauptsächlicher Bestandteil der eingesehenen Forschungsliteratur ist. Die Konstruktionselemente der Tafel sind vier Rippen, die Beplankung und die Verbindungsmittel. Die Beplankung wird entlang ihrer Ränder mit Nägeln an den Rippen befestigt.

Die Scheibenränder sind unterstützt und kontinuierlich mit den Rippen verbunden. In diesem Fall spricht man bei einer beidseitig beplankten Scheibe von einer geschlossenen Tafel. Alternative Scheibenkonstruktionen in Holztafelbauart können Kessel (2001) entnommen werden.

Das statische Modell I in Abb.2-1 wird von den Arbeiten von Tuomi / McCutcheon, Kessel, Källsner, Biger und Itani übernommen, um einen Vergleich zu den bisherigen Forschungen zu ermöglichen.

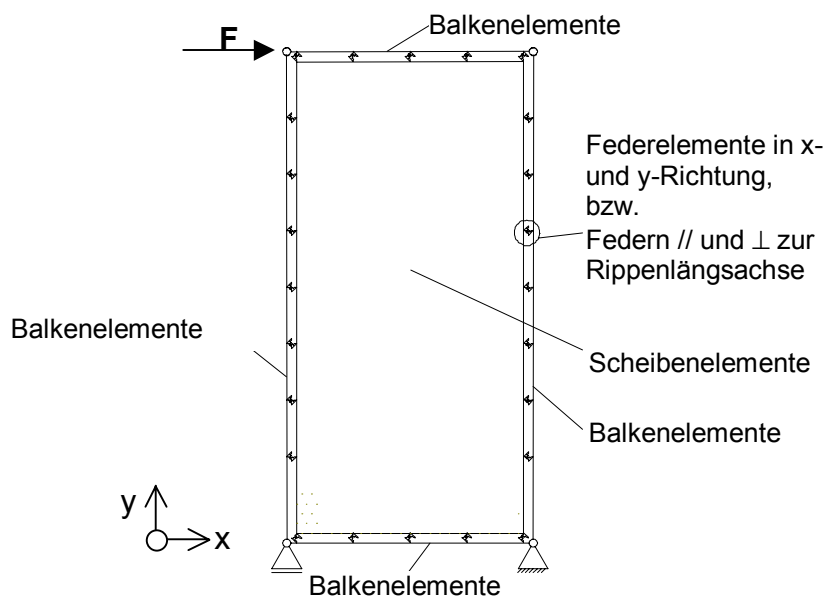


Abb.2-1: Darstellung der Elementwahl von Modell I

Die Rippenenelemente sind gelenkig miteinander verbunden. Die Rippen und die Beplankung werden als starre Elemente modelliert, die keine Verformungsanteile an der Gesamtverformung haben. Beanspruchungen und Verformungen werden nach Theorie I. Ordnung ermittelt. Sie treten aufgrund der Elementanordnung und Lastenleitung, wie u.a. von *Kasal (1983)* beschrieben, nur in der x-y-Ebene auf.

Die im Kap. 1.4 beschriebenen Modelle lassen sich durch Balken-, Scheiben- und Einzelfederelemente aufbauen. Der VM-Abstand entspricht dabei der Kantenlänge der Balken- und Scheibenelemente. Diese Verfahrensweise hat eine hohe Elementanzahl des FE-Modells zur Folge und erfordert ein erhöhtes Maß an Modellierungsarbeit. Eine automatisierte Modellerstellung ist somit notwendig, um eine identische Element- und Knotennummerierung zur Parameterstudie der unterschiedlichen Modelle und deren Modellvarianten zu erhalten. Geometrische Grenzbetrachtungen, wie die Modellierung einer Rippenlänge von weniger als dem VM-Abstand, sind bei dem zu Grunde gelegten Rechenmodell nicht möglich, da ein lückenloser Verbund von Beplankung und Rippen die Grundlage dieser Untersuchung ist.

2.1 Steifigkeitsmatrix des entwickelten Kopplungselementes

Eine andere Möglichkeit zur Analyse des Tragverhaltens von Scheiben, deren Beplankung kontinuierlich oder nur zum Teil kontinuierlich mit Rippen verbunden ist, bietet die Einführung eines Kopplungselementes nach Abb.2-2.

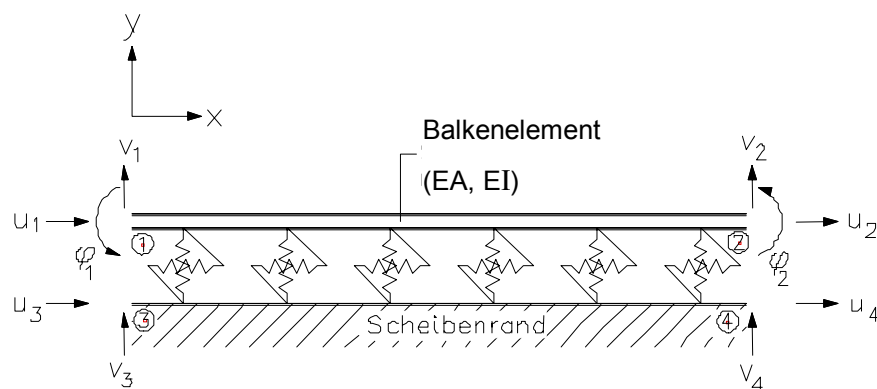


Abb.2-2: Kopplungselement zwischen Balken- und Scheibenelement

Wie erwähnt, könnte man den Verbund durch Einzelfedern simulieren, jedoch ist auch eine Verteilung oder Verschmierung der Verbindungsmittelsteifigkeiten entlang des zu verbindenden Balken- und Scheibenelementes denkbar. Die

Freiheitsgrade des Scheibenelementes werden mit denen des Balkenelementes gekoppelt. Für das vorliegende 2D-Modell werden Balkenelemente mit je drei Freiheitsgraden pro Stabendknoten und Scheibenelemente mit je zwei Freiheitsgraden pro Eckknoten verwendet. Demnach muss das Kopplungselement zehn Freiheitsgrade aufweisen, um ein Balkenelement an eine Scheibenelementkante zu koppeln. Mit dem in Abb.2-2 dargestellten Kopplungselement sowie mit Hilfe eines Scheibenelementes, vier Balken- und Kontaktelementen kann das Tragverhalten einer Rechteckscheibe in Holztafelbauart hinreichend genau beschrieben werden. Zur Analyse der maximalen VM-Beanspruchung kann dieses Modell jedoch nur als Näherung herangezogen werden.

Das zu lösende Gleichungssystem des vorliegenden Modells, das aus drei Elementtypen, dem Scheiben-, dem Balken- und dem Kopplungselement besteht, lautet

$$[k_b]w_b + [k_p]w_p + [k_c]w_c = P \quad (2.1)$$

mit $[k_b] = [k_{bb}]$ = Steifigkeitsmatrix des Biegestabelementes (b = beam),
 $[k_p] = [k_{pp}]$ = Steifigkeitsmatrix des Scheibenelementes (p = panel),
 $[k_c]$ = Steifigkeitsmatrix des Kopplungselementes (c = couple),
mit den Teilmatrizen $[k_{c1}]$ bis $[k_{c4}]$,
 w = Verformungsvektor der einzelnen Anteile b , p und c sowie
 P = Lastvektor.

Das Verhalten eines elastisch gebetteten Balkens oder einer elastisch gelagerten Scheibe beschreibt dieses System nur teilweise, da hier die Interaktion zwischen Balken und Scheibe einbezogen werden muss. Dementsprechend resultiert die Steifigkeitsmatrix $[k_c]$ des Kopplungselementes aus drei Teilen, die in Abb.2-3 dargestellt sind.

$$[k_c] = \begin{bmatrix} k_{bb}^{c1} & k_{bp}^{c2} \\ k_{pb}^{c3} & k_{pp}^{c4} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Abb.2-3: Symbolische Darstellung der Steifigkeitsmatrix $[k_c]$ des Kopplungselementes

Der erste Teil, der mit bb bezeichnet wird, beschreibt das Verhalten eines Balkens, der elastisch gelagert ist. Die elastische Bettung der Scheibe ist durch die Komponenten pp beschrieben. Der dritte Teil der Matrix, der mit bp oder pb bezeichnet wird, gibt die Interaktionsbeziehung zwischen Balken und Scheibe an.

2.1.1 Balkenmatrix

Eine ausführliche Herleitung der Balken- und Scheibenmatrix kann z.B. *Boresi, Schmidt und Sidebottom (1993)*, *Duddeck und Ahrens (1991)* oder *Thieme (1990)* entnommen werden. Die Steifigkeitsmatrix des Biegestabes wird daher nur kurz erläutert. Hier soll im Wesentlichen die Aufstellung der Steifigkeitsmatrix des Kopplungselementes $[k_c]$ dargelegt werden. Die Formfunktionen von u , v und φ und deren Ableitungen werden dabei als bekannt vorausgesetzt.

Weitere, im Folgenden verwendete Abkürzungen sind

A = Querschnittsfläche,

E = Elastizitätsmodul,

I = Trägheitsmoment,

u , v und φ = Verformungen des Biegestab- oder Scheibenelements
(vgl. Abb.2-2),

kb = Steifigkeit der Bettung,

EI , EA = Steifigkeit des Biegestabes,

$q(x)$ = Streckenlast in lokaler y -Richtung entlang des Biegestabes und

$n(x)$ = Streckenlast in lokaler x -Richtung entlang des Biegestabes.

Die Steifigkeitsmatrix $[k_b]$ des Biegestabes ist symmetrisch zur Hauptdiagonalen. Man erhält die einzelnen Elemente der Matrix aus der Integration der Differenzialgleichung des Balkens. Da der Balken definitionsgemäß gerade ist, sind die Längskräfte und die Biegeschnittgrößen entkoppelt.

$$EI \cdot v'''' - q(x) = 0, \quad EA \cdot u'' - n(x) = 0. \quad (2.3a,b)$$

Die Steifigkeitsmatrix lässt sich in verallgemeinerter Darstellung auch mit dem Prinzip der virtuellen Weggrößen ableiten. Dies entspricht den Ansätzen auf Grundlage der Finite-Elemente-Methode. Für erweiterte Gleichungen lassen sich damit sehr gute Näherungen für die entsprechende Steifigkeitsmatrix herleiten. Die Arbeitsgleichung nach dem Prinzip der virtuellen Weggrößen lautet:

$$\int EI \cdot \bar{v}'' \cdot v'' dx + \int EA \cdot \bar{u}' \cdot u' dx - \int q(x) \cdot \bar{v} dx - \int n(x) \cdot \bar{u} dx = 0 \quad (2.4)$$

Unter Berücksichtigung der Längskräfte ist die Steifigkeitsmatrix eines Biegebalkens

$$[k_b] = \begin{pmatrix} \frac{1}{l} \cdot EA & 0 & 0 & -\frac{1}{l} \cdot EA & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12}{l^3} \cdot EI & \frac{6}{l^2} \cdot EI & 0 & -\frac{12}{l^3} \cdot EI & \frac{6}{l^2} \cdot EI \\ 0 & \frac{6}{l^2} \cdot EI & \frac{4}{l} \cdot EI & 0 & -\frac{6}{l^2} \cdot EI & \frac{2}{l} \cdot EI \\ -\frac{1}{l} \cdot EA & 0 & 0 & \frac{1}{l} \cdot EA & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12}{l^3} \cdot EI & -\frac{6}{l^2} \cdot EI & 0 & \frac{12}{l^3} \cdot EI & -\frac{6}{l^2} \cdot EI \\ 0 & \frac{6}{l^2} \cdot EI & \frac{2}{l} \cdot EI & 0 & -\frac{6}{l^2} \cdot EI & \frac{4}{l} \cdot EI \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

(vgl. Duddeck und Ahrens, 1991).

2.1.2 Matrix des gebetteten Balkens

Ein Teilbereich der zu erzeugenden Matrix umfasst die Beschreibung des Tragverhaltens von Balkenelementen, die elastisch gebettet sind. Somit ist eine Erweiterung der entsprechenden Steifigkeitsmatrix erforderlich. Die Erweiterung auf eine Stabtheorie, die auch kontinuierliche Bettung einschließt, hat von erweiterten Differenzialgleichungen auszugehen:

$$EI \cdot v'''' + kb_y \cdot v - q(x) = 0 \quad (2.6)$$

$$EA \cdot u'' + kb_x \cdot u - n(x) = 0 \quad (2.7)$$

Hier ist $kb_x = kb_y = kb$,

mit kb_y = Bettung senkrecht zur Biegestabachse und
 kb_x = Bettung tangential zur Biegestabachse.

Die Anteile der Bettung ergeben sich nach dem Prinzip der virtuellen Weggrößen zu:

$$\int kb \cdot \bar{v} \cdot v \, dx - \int q(x) \cdot \bar{v} \, dx = 0 \quad (2.8)$$

$$\int kb \cdot \bar{u} \cdot u \, dx - \int n(x) \cdot \bar{u} \, dx = 0 \quad (2.9)$$

Die erweiterte Arbeitsgleichung lautet dann:

$$\int EI \cdot \bar{v}'' \cdot v'' dx + \int EA \cdot \bar{u}' \cdot u' dx + \int kb \cdot \bar{v} \cdot v dx + \int kb \cdot \bar{u} \cdot u dx - \int q(x) \cdot \bar{v} dx - \int n(x) \cdot \bar{u} dx = 0 \quad (2.10)$$

Bei identischen Ansätzen der Formfunktionen ergibt sich die Steifigkeitsmatrix der elastischen Lagerung bzw. Bettung des Biegebalkens unter Berücksichtigung der Längskräfte:

$$[k_{c1}] = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} \cdot kb \cdot l & \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{9}{70} \cdot kb \cdot l & \frac{-13}{420} \cdot kb \cdot l^2 \\ 0 & \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{1}{105} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{-1}{140} \cdot kb \cdot l^3 \\ \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{70} \cdot kb \cdot l & \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{13}{35} \cdot kb \cdot l & \frac{-11}{210} \cdot kb \cdot l^2 \\ 0 & \frac{-13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{-1}{140} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & \frac{-11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{1}{105} \cdot kb \cdot l^3 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

(vgl. Duddeck und Ahrens, 1991)

Die Auswertung der Arbeitsgleichungen mit den gleichen Ansätzen für den Einzelbiegestab liefert die erweiterte Steifigkeitsmatrix. Sie setzt sich aus zwei Anteilen zusammen. Mit $[k_b]$ = ungebetteter Stab und $[k_{c1}]$ = Einfluss der Bettung lautet die Steifigkeitsmatrix des gebetteten Balkens:

$$[k_b] + [k_{c1}] = [k_{bb}^{c1}] \quad (2.12)$$

$$[k_{bb}^{c1}] = \begin{pmatrix} \frac{1}{l} \cdot EA + \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{-1}{l} \cdot EA + \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12}{l^3} \cdot EI + \frac{13}{35} \cdot kb \cdot l & \frac{6}{l^2} \cdot EI + \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{-12}{l^3} \cdot EI + \frac{9}{70} \cdot kb \cdot l & \frac{6}{l^2} \cdot EI - \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 \\ 0 & \frac{6}{l^2} \cdot EI + \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{4}{l} \cdot EI + \frac{1}{105} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & \frac{-6}{l^2} \cdot EI + \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{2}{l} \cdot EI - \frac{1}{140} \cdot kb \cdot l^3 \\ \frac{-1}{l} \cdot EA + \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{l} \cdot EA + \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12}{l^3} \cdot EI + \frac{9}{70} \cdot kb \cdot l & \frac{-6}{l^2} \cdot EI + \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{12}{l^3} \cdot EI + \frac{13}{35} \cdot kb \cdot l & \frac{-6}{l^2} \cdot EI - \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 \\ 0 & \frac{6}{l^2} \cdot EI - \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{2}{l} \cdot EI - \frac{1}{140} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & \frac{-6}{l^2} \cdot EI - \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{4}{l} \cdot EI + \frac{1}{105} \cdot kb \cdot l^3 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

2.1.3 Matrix des Kopplungselementes

Die Anteile der Bettung stellen ein Kontaktelement zwischen der starren Lagerung auf der einen Seite und dem Stabelement auf der anderen Seite dar. Ersetzt man diese Lagerung durch eine Lagerung des gebetteten Balkens an den Rand eines Scheibenelementes, ergeben sich nach Abb.2-2 vier zusätzliche Freiheitsgrade: u_3 und v_3 am Knoten 3 und u_4 und v_4 am Knoten 4.

Den Anschlüssen des Kontaktelementes an die Knoten des Stabelementes (Knoten 1 und 2) liegen je Knoten drei Freiheitsgrade und den Anschlüssen an die Scheibenknoten (Knoten 3 und 4) zwei Freiheitsgrade zu Grunde. Je Scheibenrandknoten sind Verformungen in u - und v - Richtung möglich. Die gewählten Formfunktionen sind linear.

Die (6 x 6)-Steifigkeitsmatrix $\begin{bmatrix} k_{bb}^{c1} \end{bmatrix}$ erweitert sich somit auf eine (10 x 10)-Matrix. Für die Matrix eines an einen Scheibenrand gelagerten, gebetteten Biegebalken folgt:

$$[K] = \begin{pmatrix} \frac{1}{l} \cdot EA + \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & -\frac{1}{l} \cdot EA + \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 \\ 0 & \frac{12}{l^3} \cdot EI + \frac{13}{35} \cdot kb \cdot l & \frac{6}{l^2} \cdot EI + \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & -\frac{12}{l^3} \cdot EI + \frac{9}{70} \cdot kb \cdot l & \frac{6}{l^2} \cdot EI - \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{7}{20} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{3}{20} \cdot kb \cdot l \\ 0 & \frac{6}{l^2} \cdot EI + \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{4}{l} \cdot EI + \frac{1}{105} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & -\frac{6}{l^2} \cdot EI + \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{2}{l} \cdot EI - \frac{1}{140} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & \frac{1}{20} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{1}{30} \cdot kb \cdot l^2 \\ -\frac{1}{l} \cdot EA + \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{l} \cdot EA + \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 \\ 0 & -\frac{12}{l^3} \cdot EI + \frac{9}{70} \cdot kb \cdot l & \frac{6}{l^2} \cdot EI + \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{12}{l^3} \cdot EI + \frac{13}{35} \cdot kb \cdot l & -\frac{6}{l^2} \cdot EI - \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{3}{20} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{7}{20} \cdot kb \cdot l \\ 0 & \frac{6}{l^2} \cdot EI - \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{2}{l} \cdot EI - \frac{1}{140} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & -\frac{6}{l^2} \cdot EI - \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{4}{l} \cdot EI + \frac{1}{105} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & -\frac{1}{30} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & -\frac{1}{20} \cdot kb \cdot l^2 \\ \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 \\ 0 & \frac{7}{20} \cdot kb \cdot l & \frac{1}{20} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{3}{20} \cdot kb \cdot l & -\frac{1}{30} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l \\ \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 \\ 0 & \frac{3}{20} \cdot kb \cdot l & \frac{1}{30} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{7}{20} \cdot kb \cdot l & -\frac{1}{20} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Durch Reduzierung der Matrix $[k]$ um die Steifigkeiten der Bauteile des Balkens und der Scheibe ergibt sich die Steifigkeitsmatrix $[k_c]$ eines Kontaktelementes zwischen einem Biegestab- und dem Rand eines Scheibenelementes:

$$[k_c] = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} \cdot kb \cdot l & \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{9}{70} \cdot kb \cdot l & \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{7}{20} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{3}{20} \cdot kb \cdot l \\ 0 & \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{1}{105} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{1}{140} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & \frac{1}{20} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{1}{30} \cdot kb \cdot l^2 \\ \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 \\ 0 & \frac{9}{70} \cdot kb \cdot l & \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{13}{35} \cdot kb \cdot l & \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{3}{20} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{7}{20} \cdot kb \cdot l \\ 0 & \frac{13}{420} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{1}{140} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & \frac{11}{210} \cdot kb \cdot l^2 & \frac{1}{105} \cdot kb \cdot l^3 & 0 & \frac{-1}{30} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{-1}{20} \cdot kb \cdot l^2 \\ \hline \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 \\ 0 & \frac{7}{20} \cdot kb \cdot l & \frac{1}{20} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{3}{20} \cdot kb \cdot l & \frac{-1}{30} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l \\ \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l & 0 \\ 0 & \frac{3}{20} \cdot kb \cdot l & \frac{1}{30} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{7}{20} \cdot kb \cdot l & \frac{-1}{20} \cdot kb \cdot l^2 & 0 & \frac{1}{6} \cdot kb \cdot l & 0 & \frac{1}{3} \cdot kb \cdot l \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

2.2 Modellierung des nichtlinearen Nageltragverhaltens

Der Verbund von Rippen und Beplankung hat entscheidenden Einfluss auf das Tragverhalten einer Tafel (vgl. Kap. 1.2). Bei Annahme eines ausreichenden Randabstandes der Verbindungsmittel zum Beplankungsrand wird hier eine Last-Verformungskurve der Verbindungsmittel gesucht, die das nichtlineare Tragverhalten der Nägel hinreichend genau beschreibt.

2.2.1 Last-Verformungskurven von Nägeln

Raschper (1990) verweist in seiner Arbeit auf die Versuche von Ehlbeck, Beyersdorfer und Steck, bei denen Verbindungen von Flachpressplatten mit Vollholz mittels Drahtstiften bzw. Rillennägeln $d_N \times l_N = 2,5 \times 55$ mm unter Normalklima untersucht wurden. Versuche von Kolb und Radovic, die sich mit dem Tragverhalten von Nägeln mit $d_N \times l_N = 2,0 \times 40$ mm, $2,5 \times 60$ mm und $2,8 \times 65$ mm als Verbindungsmittel von Flachpressplatte an ein Vollholz befassten, ergeben hierzu z.T. stark abweichende Last-Verformungskurven. Aus den genannten und den Versuchsdaten von Gromala (1983), Gutkowski, Castillo (1988), Hilson, Smith und Whale (1989) wird ersichtlich, dass die Streuung

der Last-Verformungskurven von Nägeln sehr groß ist und stark vom verwendeten Beplankungsmaterial abhängt (Abb.1-2).

Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete idealisierte Ansatz zur Beschreibung des nichtlinearen Tragverhaltens von Nägeln wurde von *Raschper (1990)* aufgestellt. Er beschreibt die Last-Verformungskurve anhand der Gleichung:

$$V = 500 \cdot \sqrt[3]{s} \quad (2.16)$$

Darin bedeutet V die Nagelkraft in [N] und s die Nagelverschiebung in [mm]. In Abb.1-2 und Abb.2-4 ist der Funktionsverlauf dieser Gleichung gestrichelt dargestellt. Die Darstellung zeigt auch die Gerade für das lineare Nageltragverhalten bei einem Wert des Verschiebungs-moduls $k_{ser} = 783 \text{ N/mm}$.

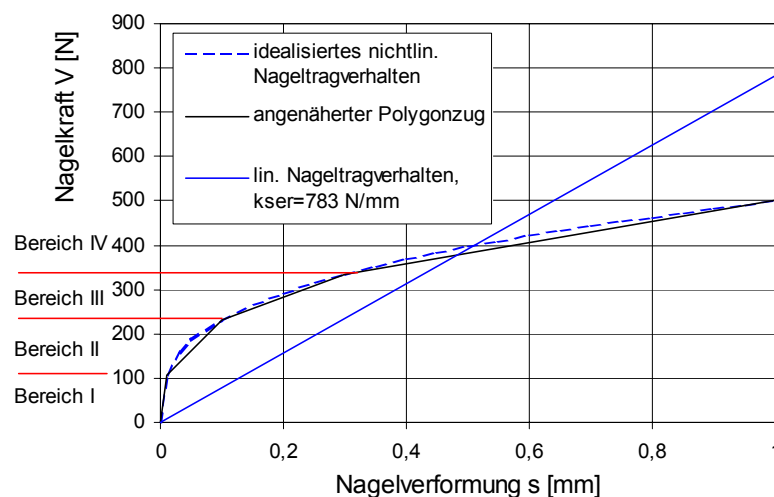


Abb.2-4: Last- Verformungskurven von Nägeln mit idealisiertem Nageltragverhalten

Im hier angewandten FE-Modell wurde die nichtlineare Last-Verformungskurve durch einen Polygonzug approximiert, dessen Bereichsgrenzen mit Punkten der Last-Verformungskurve koinzident sind.

In Tabelle 2.1 sind die Kennwerte der Bereichsgrenzen dieses Polygons aufgeführt. Die Nagelsteifigkeiten sind in den Bereichen I und II wesentlich steifer als beim linear-elastischen Nageltragverhalten.

Bereich	Nagelverformung s [mm]	Nagelkraft V [N]	Steifigkeit k [N/mm]
I	0,01	108	10800
II	0,10	232	1378
III	0,30	335	515
IV	1,00	500	236

Tabelle 2.1: Kennwerte der polygonartig idealisierten Last-Verformungskurve der Nägel

2.2.2 Simulation des nichtlinearen Nageltragverhaltens

Jedes Verbindungsmittel wird mit zwei linear-elastischen Federn modelliert (ANSYS-Elementtyp: *COMBIN14*). Die Nagelkraft ergibt sich aus der Resultierenden der in x- und y-Richtung angeordneten Federn. Bei Modellen, die ausschließlich von parallel zur Rippenachse gerichteten Verbindungsmittelkräften ausgehen, kann die Last-Verformungskurve des Elementes und damit das nicht-lineare Nageltragverhalten direkt eingestellt werden (Elementtyp: *COMBIN39*).

In der Simulation wird ein iterativer Prozess durchlaufen, in dem Teillasten aufgebracht werden, die in der Summe der äußeren Last entsprechen. Bei n Lastschritten (LS) wird in jedem Iterationsschritt das Modell mit einer horizontalen Kraft

$$F_{LS(1)} = \frac{F_{ges}}{n} = F_{LS(2)} = \dots = F_{LS(n-1)} = F_{LS(n)} \quad (2.17)$$

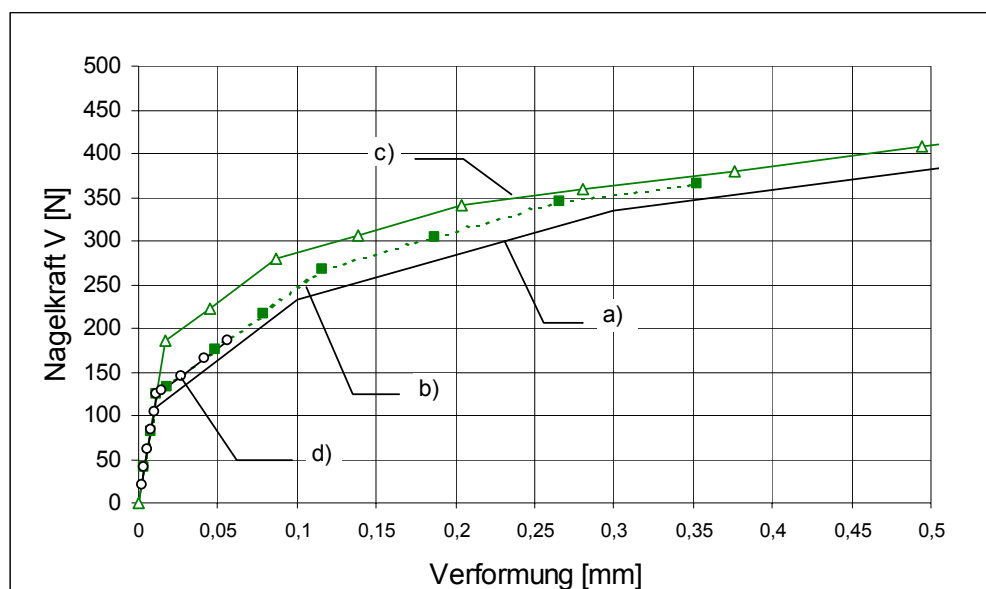
beansprucht. Es werden insgesamt zehn Lastschritte berechnet, bei denen die Teilbeanspruchung ein Zehntel der Gesamtlast beträgt. Beim ersten Lastschritt liegen alle Federsteifigkeiten im Bereich I des Polygonzuges (vgl. Tabelle 2.1), d.h. es wird für alle Federn eine Steifigkeit von $k = 10800$ N/mm angenommen.

Die Steifigkeit der Verbindungsmittel wird in jedem Lastschritt der idealen Last-Verformungskurve angepasst. Bei den einzelnen Lastschritten ändern sich fortlaufend die Steifigkeiten der Federelemente, so dass die Steifigkeitsverhältnisse im Modell zum Teil erheblich variieren. Die Schnittkräfte der Rippen und die Federkräfte des Kontaktstoßes werden bei jedem Lastschritt gespeichert und anschließend superponiert. Da sich bei jedem Lastschritt alle Elemente linear verhalten und das Gleichgewicht am unverformten Tragwerk formuliert wird (Theorie I. Ordnung), ist diese Vorgehensweise gerechtfertigt.

2.2.3 Auswertung unterschiedlicher Iterationsverfahren

Die beschriebene Vorgehensweise hat den Nachteil, dass nicht exakt die polygonartig idealisierte Last-Verformungskurve nach Abb.2-4 abgebildet wird. Die Steifigkeit der Nägel ändert sich erst dann, wenn die Nagelkraft im nächsten Bereich des Polygonzuges liegt. Abb.2-5 beschreibt den dadurch entstehenden Fehler für den Nagel in der oberen rechten Ecke des Modells:

Kurve a) stellt das sogenannte idealisierte Nageltragverhalten nach Tabelle 2.1 dar. Die Kurven b) bis d) stellen ein Nageltragverhalten dar, das sich für verschiedene Parametervarianten bei dem beschriebenen Iterationsverlauf nach Kap. 2.2.2 einstellt. Der Kurve c) liegt die Annahme einer Rippensteifigkeit von $E = 11000 \text{ N/mm}^2$ zu Grunde. Abb.2-5 zeigt, dass je größer die Beanspruchung des Nagels ist, desto mehr weicht die Lastverformungskurve vom idealen Lastverformungsverhalten ab. Dieses gilt insbesondere für die Verformungsbereiche II bis IV, in denen der Nagel plastische Anteile aufweist. Die Abweichung vom Kurvenverlauf für das idealisierte Tragverhalten verringert sich natürlich, je mehr Iterationsschritte bzw. Lastschritte gewählt werden. In den nachfolgenden Auswertungen werden wie erwähnt 10 Iterationsschritte gewählt, da Vergleichsberechnungen gezeigt haben, dass eine höhere Anzahl an Iterationsschritten die Ergebnisse nicht entscheidend verbessert.

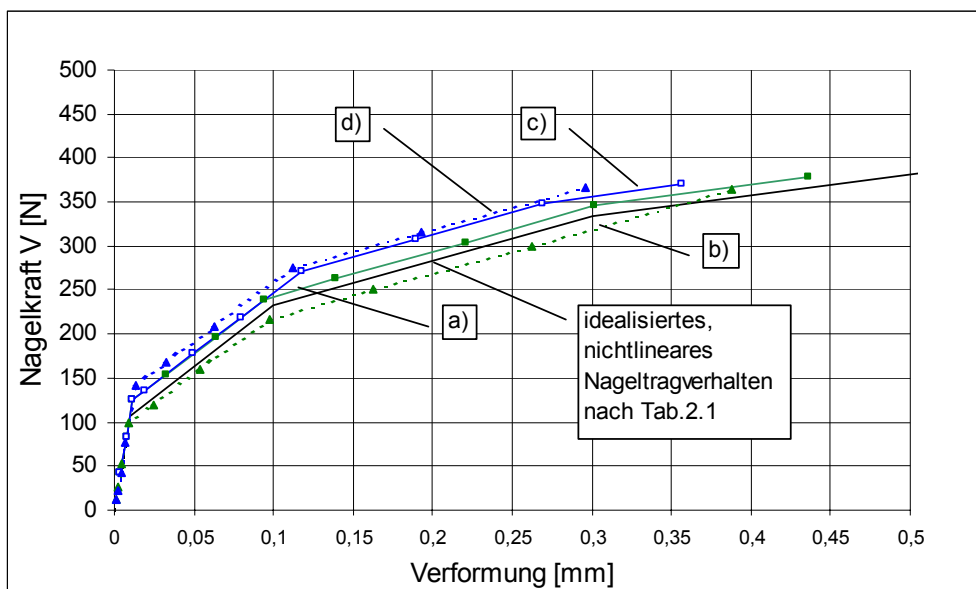


- a) idealisiertes Nageltragverhalten nach Tabelle 2.1
- b) starre Rippen, VM-Abst. von $a_1 = 50 \text{ mm}$, $F = 10.000 \text{ N}$ ■
- c) steife Rippen, VM-Abst. von $a_1 = 50 \text{ mm}$, $F = 10.000 \text{ N}$ ▲
- d) starre Rippen, VM-Abst. von $a_1 = 250 \text{ mm}$, $F = 1.000 \text{ N}$ °

Abb.2-5: Last- Verformungskurve nach Iterationsverfahren A

Die angenäherten Last-Verformungskurven nach Abb.2-5 des Iterationsverfahrens A der Verbindungsmittel verlaufen in jedem Fall oberhalb der idealisierten Kurve a), bei der die Anpassung der Nagelsteifigkeiten erst erfolgt, nachdem die resultierende Nagelkraft den Bereich verlassen hat. Um diese Idealkurve besser zu beschreiben, wird die Nagelsteifigkeit geändert, wenn die resultierende Nagelkraft zusammen mit der halben resultierenden Nagelkraft des aktuellen Lastschrittes größer als der im Steifigkeitsbereich des Polygonzuges angegebene Wert ist. Diese erweiterte Iterationsmethode wird als Iterationsverfahren B bezeichnet.

In Abb.2-6 sind die unterschiedlichen Lastverformungskurven a) und b), die nach dem Iterationsverfahren B, d.h. vorzeitiges Ändern der Nagelsteifigkeit, und die Kurven c) und d), die nach dem Iterationsverfahren A, d.h. nachträgliches Ändern der Nagelsteifigkeit ermittelt wurden, dargestellt. Die Kurven a) und c) stellen die Lastverformungskurven unter Annahme starrer Rippen dar. Den Kurven b) und d) liegt die Annahme einer Rippensteifigkeit von $E = 11000 \text{ N/mm}^2$ zu Grunde. Bei allen Kurven wurde eine Beanspruchung von $F = 10000 \text{ N}$ aufgebracht, um ein Plastizieren aller Verbindungsmittel im Rechenmodell zu erlangen. Der Unterschied zur idealisierten Kurve ist beim Iterationsverfahren B geringer als beim Iterationsverfahren A. Daher wird das Iterationsverfahren B für die Untersuchung gewählt.



- a) Iterationsverfahren B mit starren Rippen und $F = 10.000 \text{ N}$
- b) Iterationsverfahren B mit steifen Rippen und $F = 10.000 \text{ N}$
- c) Iterationsverfahren A mit starren Rippen und $F = 10.000 \text{ N}$
- d) Iterationsverfahren A mit steifen Rippen und $F = 10.000 \text{ N}$

Abb.2-6: Last- Verformungskurven nach beiden Iterationsmethoden

2.3 Diskretisierung des Modells I mit gelenkig verbundenen Rippen

Die vier Rippen sind gelenkig miteinander verbunden. Die Breite der Beplankung entspricht der Länge der Fußrippe und damit dem Achsenabstand der vertikalen Rippen, die Höhe ist gleich dem Achsenabstand der horizontalen Rippen. Die Auflagerung der Wandscheibe erfolgt durch ein einwertiges und ein zweiwertiges Auflager an den Fußpunkten der vertikalen Rippen. Das entsprechende statische Modell mit dem im FE-Programm verwendeten Koordinatensystem ist in Abb.2-1 dargestellt.

Diskretisierung der Rippen

Die Rippen werden mit einem Balkenelement mit hermitischen Verformungsansätzen diskretisiert. Dabei handelt es sich um ein in der x-y-Ebene liegendes 2D-Balken-element. Dieses Element besitzt lineare Ansätze für die Längsverschiebung und kubische Ansätze für die Querverschiebung. Das Element kombiniert einen Biegebalken und einen Dehnstab (Elementtyp: *BEAM3*). In Tabelle 2.2 sind die Parameterwerte aufgelistet. Es wurde ein quasi unendlich großer E-Modul parallel zur lokalen x-Achse des Elementes für eine starre Rippe angenommen sowie ein E-Modul von $E = 11000 \text{ N/mm}^2$ für eine steife Rippe. Die Materialeigenschaften einer steifen Rippe entsprechen denen von Nadelholz der Festigkeitsklasse C24 (*S10*). Die Länge der einzelnen Elemente entspricht dem gewählten VM-Abstand. Am Anfangs- und Endknoten sind die Elemente mit Einzelfederelementen an die Scheibenelemente gekoppelt. Die eigentlich orthotropen Materialeigenschaften können lt. *Kasal (1983)* vernachlässigt werden und durch isotrope Ansätze ersetzt werden, ohne dass das FE-Modell dadurch zu steif wird.

Elastizitätsmodul E	[N/mm ²]	$E = \infty$ bzw. 11000
Querschnittsfläche A	[mm ²]	$A = 100 \cdot 40 = 4000$
Trägheitsmoment I	[mm ⁴]	$I = 40^3 \cdot 100 / 12 = 533333$
Rippenhöhe h	[mm]	$h = 40$
Rippenbreite / -tiefe b	[mm]	$b = 100$

Tabelle 2.2: Eingabeparameter der Rippenelemente

Diskretisierung der Beplankung

Zur Diskretisierung der Beplankung wurden Scheibenelemente gewählt (Elementtyp: *PLANE42*), die je Knoten zwei Freiheitsgrade besitzen: Translation in x- und y-Richtung je Knoten. Die Elemente werden nur in ihrer Ebene belastet. Wie vorab dargestellt, soll bei dieser Untersuchung die Beplankung als starr angenommen werden. Die verwendeten Werte stehen in Tabelle 2.3.

Elastizitätsmodul E	[N/mm ²]	$E = \infty$
Schubmodul G_{xy}	[N/mm ²]	$G_{xy} = \infty$
Dicke t	[mm]	30

Tabelle 2.3: Parameter der Scheibenelemente

Die Dicke $t = 30$ mm resultiert aus der Annahme einer beidseitigen Beplankung mit jeweils $t = 15$ mm. Der Verformungsanteil der Beplankung lässt sich mit einer Handrechnung gut abschätzen. Die Verformung $f_{Bepl.}$ infolge Momentenbeanspruchung M durch die Beplankung ergibt sich bei einer Last von $F = 1000$ N zu:

$$f_{Bepl.} = \frac{M}{G \cdot A} = \frac{1000 \text{ N} \cdot 2500 \text{ mm}}{1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1250 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm}} = 0,07 \text{ mm} \quad (2.18)$$

Dieser Verformungsanteil der Beplankung wird durch die FE-Simulation unter Berücksichtigung unterschiedlicher VM-Abstände bestätigt. Hierzu wurde die Steifigkeit der Scheibenelemente auf $A \cdot G = \infty$ bzw. auf $A \cdot G = A \cdot 1000 \text{ N/mm}^2$ gesetzt. Die Differenz der Tafelverformungen bei Berechnung mit starrer und steifer Scheibe ergab 0,08 mm.

Die untersuchte Scheibenform ist entweder ein Rechteck oder ein Trapez. Dreieckförmige Elemente werden nur für geometrische Grenzbetrachtungen verwendet. Die Knoten am Rand der Beplankung sind koinzident mit den Knoten der Rippenelemente im Abstand des VM-Abstandes. Die einzelnen Knoten mit gleichen Koordinaten können sich dabei jedoch unterschiedlich verformen. Sie sind mit Einzelfederelementen gekoppelt.

Diskretisierung der Verbindungsmittel

Die Verbindungsmittel liegen zwischen den Endknoten der Balkenelemente und den Randknoten der Beplankung. Die Ecknägel der Tafel werden der Kopf- und der Fußrippe zugeordnet. Es wurde ein reines Zug-Druck-Federelement gewählt, das keine Biegung berücksichtigt. Deshalb benötigt man zwei Elemente, um ein Verbindungsmittel zu modellieren.

In Abb.2-7 ist die Anordnung der beiden Feder-Elemente dargestellt, die zum einen senkrecht, zum anderen parallel zur Rippenlängsachse (Faserrichtung der Rippe) wirken.

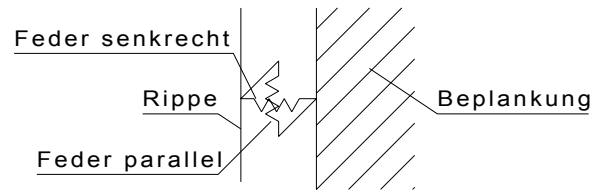


Abb.2-7: Anordnung der Federelemente zwischen Beplankung und Rippe

Für die lineare Federsteifigkeit wurde das Verschiebungsmodul $k_{ser} = 783 \text{ N/mm}$ für stiftförmige metallische Verbindungsmittel angenommen. Als Referenz wird ein VM-Abstand von $a_1 = 50 \text{ mm}$ zu Grunde gelegt. Für einen bestimmten VM-Abstand a_1 folgt damit für den nachfolgend als Bettung bzw. Steifigkeit des Verbundes von Rippen an Beplankung bezeichneten Wert k :

$$k = \frac{50}{a_1} \cdot 783 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}} \right] \quad (2.19)$$

Um den VM-Abstand zu ändern, wurde in den Untersuchungen der k -Wert variiert. Bei einem VM-Abstand von $a_1 = 25 \text{ mm}$ ist $k = 1566 \text{ N/mm}$, bei $a_1 = 50 \text{ mm}$ ist $k = 783 \text{ N/mm}$ und bei $a_1 = 125 \text{ mm}$ ist $k = 313 \text{ N/mm}$. Verhältniszahlen der VM-Steifigkeiten zu diesen Abständen sind z.B. $1566 / 783 = 2$ und $1566 / 313 \approx 5$. Die maximalen VM-Kräfte bleiben somit bei sich ändernden VM-Steifigkeiten und konstanten VM-Abständen für die jeweiligen Modelle mit starren Rippen gleich. Zur Simulation des nichtlinearen VM-Tragverhaltens muss die in Kap. 2.2.2 beschriebene Iteration durchlaufen werden.

2.4 Diskretisierung des Modells II / Schubfeldmodell

Modell II entspricht im Wesentlichen Modell I. Lediglich die gelenkigen Verbindungen der Rippen im Modell I werden gelöst. Die Auflagerbedingungen müssen daraufhin geändert werden. Die linke Rippe erhält unten ein translatives Auflager in y-Richtung. Die Fußrippe wird am rechten Ende gegen Verschiebung in x-Richtung festgehalten. Die rechte Rippe wird wie die linke Rippe in y-Richtung gehalten. Die Anordnung der Auflager ist in Abb. 1-8 dargestellt.

2.5 Diskretisierung der Modelle III und IV mit Kontaktstoß der Rippen

Wie in Kap. 1.4 beschrieben, kann es sinnvoll sein, für das Modell II einen Kontaktstoß vorzusehen, da es in der FE-Simulation zu einer „Durchdringung“ z.B. von rechter Rippe und oberer Rippe kommt. Da im realen Bauteil ein solches Tragverhalten nicht vorliegen kann, wird im Rahmen der FE-Modellierung ein Kontaktstoß vorgesehen. In Abb.2-8 sind die Verformungen der Rippen bei Vernachlässigung der Kontaktstöße sowie die Bezeichnungen der eingebauten Kontaktstöße nach Abb.1-9 dargestellt. Im Punkt RO und LU überschneiden sich die linke bzw. rechte Rippe mit der Fuß- bzw. Kopfrippe. Eine Klaffung der Rippen wie in Punkt LO soll bei den Modellen weiterhin möglich sein.

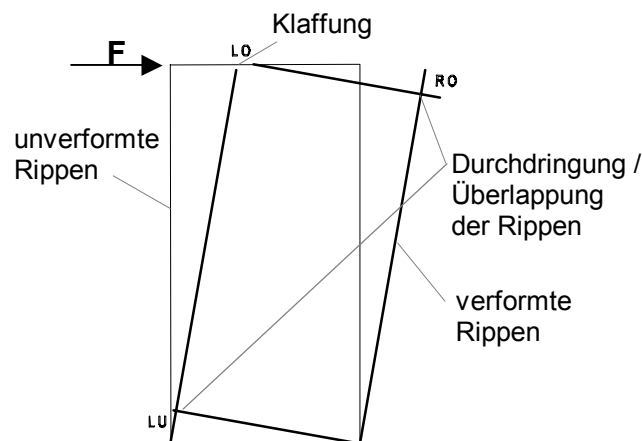


Abb.2-8: Verformungsbild Modell II und Bezeichnung von Kontaktstößen der Modelle III und IV, die Durchdringung der Rippen verhindern.

Der Kontaktstoß wird mit Hilfe eines Federelements simuliert, das nur Druckkräfte übertragen kann. Zur Simulation eines starren Kontaktstoßes für das Modell III muss daher eine ausreichend hohe Federsteifigkeit angesetzt werden, die zum einen zielführend ist und zum anderen jedoch nicht bei den FE-Berechnungen zum Abbruch führt. Es sind insgesamt drei Kontaktstöße in den Eckpunkten des Modells (vgl. Abb.2-8) vorgesehen.

2.5.1 Ermittlung der Federsteifigkeit des Kontaktstoßes

Abb.2-9 zeigt den Kontaktstoß einer vertikalen und einer horizontalen Rippe. Die folgende Berechnung dient als Beispiel zur Ermittlung der Federsteifigkeit eines Kontaktstoßes.

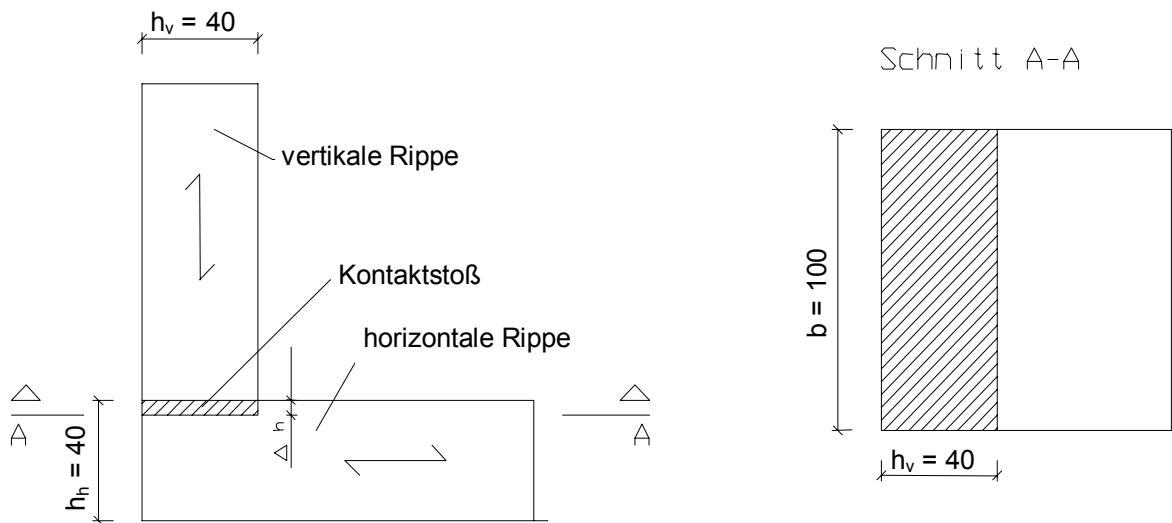


Abb.2-9: Kontaktstoß von vertikaler und horizontaler Rippe

Die Materialeigenschaften der Rippen ergeben sich zu:

$E_{90,mean} = 370 \text{ N/mm}^2$ und $E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$ (entsprechend Tabelle 2.2).

Die Verformungen längs zur Faserrichtung sowie der Schlupf in der Verbindung werden vernachlässigt. Aus der Druckspannung

$$\sigma = \frac{F}{A} = E_{90,mean} \cdot \varepsilon \quad (2.20)$$

mit der Druckfläche

$$A = b \cdot h_v \quad (2.21)$$

und der Stauchung

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h_h} \quad (2.22)$$

ergibt sich aus Gl. 2.20, 2.21 und 2.22

$$E \cdot \frac{\Delta h}{h_h} = \frac{F}{b \cdot h_v} \cdot$$

Daraus folgt die Rippennormalkraft in Abhängigkeit von der Federsteifigkeit und der Eindrückung der Rippe quer zur Faser:

$$F = \frac{b \cdot h_v \cdot E}{h_h} \cdot \Delta h = \frac{100 \cdot 40 \cdot 370}{40} \cdot \Delta h = 37000 \cdot \Delta h \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot \text{mm} \right] \quad (2.23)$$

2.5.2 Verformungsverhalten des Kontaktstoßes

In Abb.2-10 ist das Verformungsverhalten des simulierten Kontaktstoßes dargestellt. Die Knoten 100 und 101 beschreiben Knoten der horizontalen Rippe in der unverformten Ausgangslage. Der vertikalen Rippe werden die Knoten 449 und 450 zugeordnet. Die Punkte 100 und 450 sind in der Ausgangslage koinzident. Die hochgestellten Bezeichnungen " ' " beschreiben jeweils die verformte Lage bzw. verschobenen Koordinaten der einzelnen Punkte. Die Knoten 101 und 449 sind die Nachbarknoten von 100 und 450 im Abstand a_1 . Knoten 100 und 450 verformen sich nur in x-Richtung. Knoten 101 verformt sich sowohl in y-Richtung als auch in x-Richtung. Damit kommt es zu einer Verdrehung der Kopfrippe. Durch diese Verdrehung durchdringt die rechte Rippe die Kopfrippe um einen vernachlässigbar kleinen Wert. Diese sehr kleine Durchdringung der Rippen bleibt bei der Auswertung der Ergebnisse unberücksichtigt.

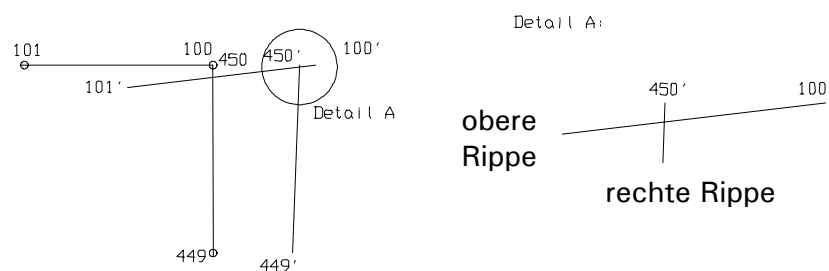


Abb.2-10: Verformungsverhalten der Rippen durch den modellierten Kontaktstoß

2.6 Diskretisierung von dreieckförmigen Tafeln

Die Untersuchung von trapezförmigen Tafeln mit immer kürzer werdender rechter Tafelhöhe $h_{d,rechts}$ führt zur Modellierung einer dreieckförmigen Tafel. Dabei können selbst nahezu dreieckförmige Trapeztafeln mit dem hier entwickelten und beschriebenen Kopplungselement diskretisiert werden, da die Bettung zwischen Rippe und Beplankung durch dieses Element kontinuierlich vorhanden ist. Die Modellierung anhand von Einzelfederelementen kann nur bis zu den in Kap. 2.3 aufgeführten geometrischen Grenzen durchgeführt werden. Die Untersuchung von trapezförmigen Tafeln mit sehr kurzer rechter Tafelhöhe und dreieckförmigen Tafeln werden anhand der Modelle I und II durchgeführt. Ab einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} \geq 1000$ mm werden alle Modelle I bis IV untersucht.

2.6.1 Modell I

Eine Diskretisierung anhand von Einzelfederelementen führt bei Einhaltung einer Mindestelementkantenlänge zu einer rechten Randrippe, die nur noch mit einem VM-Element oder ohne Verbindungsmittel modelliert wird. Das einfachste dreieckförmige Tafelmodell, das auch ohne die Beplankung tragfähig wäre, stellt das Modell I A dar. Beim Modell I B geht man von einer rechten Rippe ohne VM aus. Diese Rippe entspricht dann einem Pendelstab, welcher quasi einem horizontal verschieblichen Auflager entspricht. Das dadurch entstehende statische Modell I B ist in Abb.2-11 dargestellt.

2.6.2 Modell II

Beim Modell II ist die zuvor beschriebene Art der Überführung von trapezförmigen Tafelmodellen zu dreieckförmigen Tafelmodellen nicht möglich. Das in Abb.2-11 dargestellte Modell II A stellt die trapezförmige Tafel mit der geringsten rechten Tafelhöhe dar, bei der noch ein VM-Element auf der rechten Randrippe positioniert werden kann. Das Entfernen der rechten Randrippe bedingt eine Änderung der Auflagerbedingungen für die obere geneigte Rippe. Bei dem zugehörigen Modell II B weist die obere geneigte Rippe aufgrund der Auflagerbedingungen Momentenbeanspruchungen auf. Modell II erhält eine solche Beanspruchung bisher nur aufgrund der horizontalen Lasteinleitung.

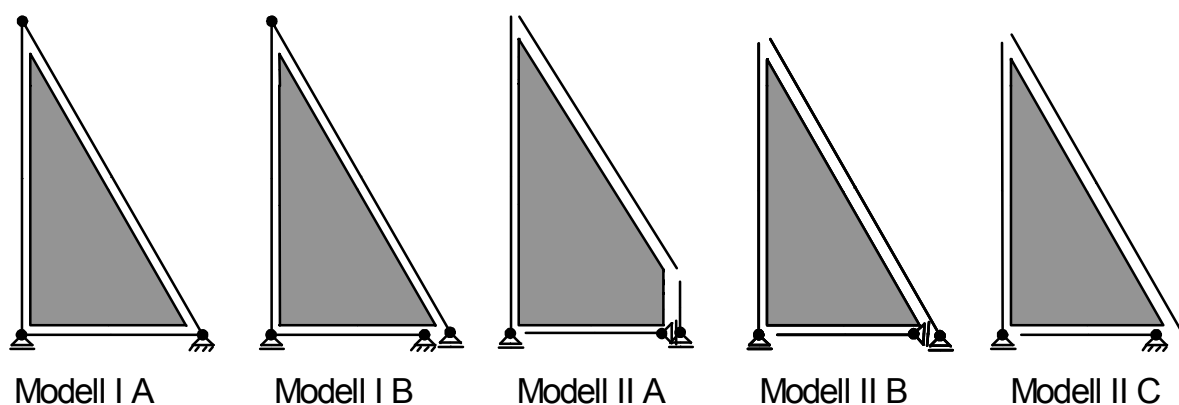


Abb. 2-11: Überführung trapezförmiger Tafelmodelle in dreieckförmige

2.6.3 Modellierungsgrenzen

Die Berechnung von trapezförmigen Tafeln mit sehr kurzen rechten Randrippen ist bei einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen durchgeführt worden. Mit Hilfe des Kopplungselementes konnten die Berechnungen bis zu einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 1$ mm vorgenommen werden. Mit einer Modellierung anhand von Einzelfederelementen sind die Berechnungen bis $h_{d,rechts} = 100$ mm bei Annahme steifer Rippen erfolgt. Berechnungen mit einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} < 250$ mm bei Annahme starrer Rippen ergaben keine plausiblen Rechenergebnisse.

2.7 Nachweise der Tafelbauteile

Die Lasteinwirkungsdauer (LED) wird im Rahmen dieser Arbeit mit kurz angenommen. „Kurz“ bedeutet im Sinne der *E DIN 1052 (2000), Tab 4.1*, dass die Einwirkung kürzer als eine Woche andauert. Für die Nutzungsklasse wurde NKL = 2 gewählt. Dem liegt ein Feuchtegehalt in den Holzbaustoffen zu Grunde, der bei einer Temperatur von 20°C und 65% Luftfeuchtigkeit auftritt. Die relative Luftfeuchte der das Bauteil umgebenden Luft übersteigt nur für wenige Wochen pro Jahr einen Wert von 85% (nach *E DIN 1052, Abs.4.1.1*).

2.7.1 Scheibenquerschnitt

Als beidseitiger Beplankungswerkstoff wurde eine kunstharzgebundene Holzspanplatte nach *DIN 68763* mit einer Dicke $t = 15$ mm gewählt. Die Rechenwerte der charakteristischen Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtekennwerte sind *E DIN 1052, Tab. M.5* und *Tab. M.1* zu entnehmen:

$$E_{mean} = 2000 \text{ N/mm}^2, G_{mean} = 1000 \text{ N/mm}^2, \rho_k = 600 \text{ kg/m}^3 \text{ und } k_{mod} = 0,60.$$

In Kap. 2.3 wurde auf das Verformungsverhalten der Beplankung eingegangen. Für die Untersuchung wird die Beplankung als starr angenommen.

2.7.2 Verbindungsmittel

Die gewählten Verbindungsmittel sind Nägel mit $d_N \times l_N = 2,2 \times 50$ mm mit nicht vorgebohrten Nagellöchern. Die Grenzwerte für die verwendeten Nägel sind Tabelle 2.4 zu entnehmen.

Mindestnagelabstände // zur Faser	$a_1 = 22 \text{ mm}$	<i>DIN 1052, Tab. 10.3</i>
// zur Faser und vom beanspr. Rand	$a_{3,t} = 33 \text{ mm}$	<i>DIN 1052, Tab. 10.3</i>
⊥ zur Faser und vom beanspr. Rand	$a_{4,t} = 11 \text{ mm} < h/2$	<i>DIN 1052, Tab. 10.3</i>
Mindesteinschlagtiefe	$8 \cdot d_N = 17,6 \text{ mm} < \ell_N$	<i>DIN1052, Abs.10.5.2 (8)</i>
Mindestholzdicke	$b_{min.} = 15,4 \text{ mm} < b$	<i>DIN 1052, Gl.10.26a,b</i>
Maximale Nagelabstände	$40 \cdot d_N = 88 \text{ mm}$	<i>DIN 1052, Abs.10.5.2 (12)</i>
Mindestdicke der Beplankung	$t_{min.} = 13,2 \text{ mm} < t$	<i>DIN 1052, Tab.10.4</i>
Verschiebungsmodul	$k_{ser} = 783 \text{ N/mm}$	<i>DIN 1052, Tab.V1</i>
Char. Beanspruchbarkeit pro Scherf. und VM	$R_k = 445,9 \text{ N}$	<i>DIN 1052, Gl.10.30</i>
Beanspruchbarkeit pro Scherfuge und Nagel	$R_d = 297,9 \text{ N} \approx 300 \text{ N}$	<i>DIN 1052, Gl.10.7</i>

Tabelle 2.4: Grenzwerte der verwendeten Verbindungsmittel

2.7.3 Normalkraftbeanspruchbarkeit der Rippen

Der Rippenquerschnitt besteht aus einem Nadelholz der Festigkeitsklasse C24 (S10). Die zugehörigen Festigkeits-, Steifigkeits-, und Rohdichtekennwerte stehen in Tabelle 2.5 und sind der *E DIN 1052, Tab.M.5* entnommen.

$f_{c,0,k}$	21 N/mm ²
$f_{c,90,k}$	2,5 N/mm ²
$E_{0,mean}$	11000 N/mm ²
$E_{90,mean}$	370 N/mm ²
$G_{90,mean}$	690 N/mm ²
ρ_K	350 kg/m ³

Tabelle 2.5: Verwendete Materialeigenschaften der Rippen

Der Rippenquerschnitt beträgt $b \times h = 100 \times 40 \text{ mm}^2$ (siehe Tabelle 2.2). Die Beanspruchbarkeit der Rippen auf Normalkraft ist:

$$N_d = k_{c,90} \cdot f_{c,90,d} \cdot A = 11760 \text{ N} \quad E \text{ DIN } 1052$$

Die maximal mögliche, in die Kopfriple einzuleitende horizontale Last, ist u.a. abhängig von der Beanspruchbarkeit der Fußrippe auf Druck ⊥ zur Faserrichtung. Das statische Modell ist in Abb.2-12 dargestellt.

Bei einem Verhältnis $l_d / h_d = 1250 \text{ mm} / 2500 \text{ mm} = 1/2$ und der oben ermittelten Beanspruchbarkeit ⊥ zur Faser folgt ohne Berücksichtigung der Verbindungsmittel die maximale horizontale Kraft, die in die Kopfriple eingeleitet werden kann:

$$F_{max} = 11760 \text{ N} \cdot 1/2 = 5880 \text{ N} > 1000 \text{ N bzw. } > 2500 \text{ N} = F, \text{ wobei}$$

$F = 1000 \text{ N}$ die Einheitslast für die lineare Untersuchung und $F = 2500 \text{ N}$ die Last für die nichtlineare Untersuchung darstellt. Eine Knickgefährdung ist bei den untersuchten Tafelgeometrien nicht vorhanden.

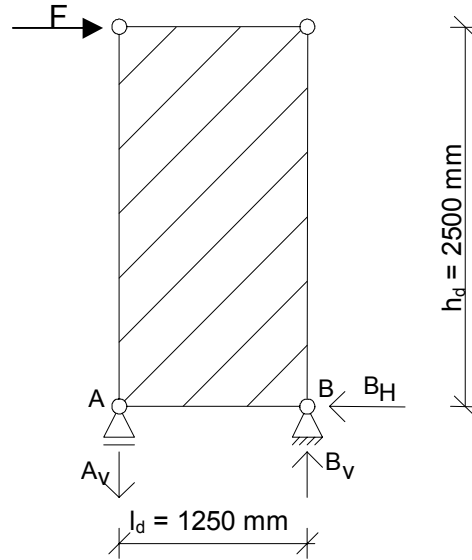


Abb.2-12: Last und Auflagerkräfte am statischen Modell I

2.7.4 Biegebeanspruchbarkeit der Kopfrippe

Bei trapezförmigen Tafeln nach Abb.2-11 und Abb.3-23 in Kap. 3.2 wird die obere geneigte Rippe dann auf Biegung beansprucht, wenn die horizontale Last direkt und ausschließlich in die Kopfrippe eingeleitet wird. Die maximale Biegebeanspruchung hängt von der Neigung der Kopfrippe ab. Die Kopfrippe wird zusätzlich auf Druck beansprucht. Sie ist weder knick- noch kippgefährdet. Die Beanspruchbarkeit ergibt sich dann aus den Bedingungen:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad E \text{ DIN } 1052, \text{ Gl.8.14}$$

und

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad E \text{ DIN } 1052, \text{ Gl.8.15.}$$

Mit der maßgeblichen Gleichung 8.14 der E DIN 1052 folgt aus der Längskraft

$$F_{||} = \frac{l_d \cdot F_H}{\sqrt{(h_{d,links} - h_{d,rechts})^2 + l_d^2}} \quad (2.24)$$

der Rippe und einigen algebraischen Rechenschritten das Biegemoment der Beanspruchbarkeit

$$M_d = \left[1 - \left(\frac{l_d \cdot F_H}{\sqrt{(h_{d,links} - h_{d,rechts})^2 + l_d^2} \cdot b \cdot h \cdot f_{c,0,d}} \right)^2 \right] \cdot \frac{b \cdot h^2}{6} f_{m,y,d} \quad (2.25)$$

mit $l_d = 1250$ mm (Breite der Tafel)

$h_{d,links} = 2500$ mm (Höhe der linken vertikalen Rippe)

$500 \text{ mm} \leq h_{d,rechts} \leq 2500$ mm (Höhe der rechten vertikalen Rippe)

$F = 2500$ N bzw. 1000 N (horizontale Kraft)

$h = 40$ mm (Höhe der Rippe)

$b = 100$ mm (Breite der Rippe),

ergibt sich die Momentenbeanspruchbarkeit M_d der Kopfrippe für die aufgebrachte Last von $F = 1000$ N zu $M_d = 443000$ Nmm. Die Unterschiede aufgrund veränderter rechter Tafelhöhen belaufen sich auf lediglich ± 40 Nmm. Bei Erhöhung der Last auf $F = 2500$ N ergeben sich $M_d = 442800$ Nmm bei $h_{d,rechts} = 500$ mm und $M_d = 442300$ Nmm bei $h_{d,rechts} = 2500$ mm. Die unterschiedlichen Tafelgeometrien und Lastwerte haben also nur einen geringen Einfluss auf die Biegebeanspruchbarkeit der geneigten Rippe.

Die Einheitslast von $F = 1000$ N führte bei keinem der untersuchten Modelle mit starren oder steifen Rippen für $1000 \text{ mm} \leq h_{d,rechts} \leq 2500$ mm zur Überschreitung der Biegebeanspruchbarkeit. Bei allen rechteckförmigen Modellen konnte dieser Nachweis auch bei einer Last von $F = 2500$ N erbracht werden.

Für die trapezförmigen Modelle mit starren Rippen ist bei der Last $F = 2500$ N, außer beim Modell I, für die untersuchten Parameter $1000 \text{ mm} \leq h_{d,rechts} < 2500$ mm bei fast keiner Modellvariante die Tragfähigkeit der Kopfrippe auf Biegung gewährleistet. Somit sind die Untersuchungen mit horizontaler Lasteinleitung (LE horizontal) hier nur von theoretischer Art. Bei den trapezförmigen Modellvarianten muss bei größeren Lasten entweder eine tragfähige Verbindung der Rippen vorhanden sein oder die angreifende horizontale Last muss so aufgeteilt werden, dass eine Lasteinleitung wie in Abb.3-23 parallel zu den Rippen erfolgt (LE //). Die Beanspruchungen der Tafelmodelle aus der Lasteinleitung parallel zu den Rippen werden im Laufe der Untersuchung mit denen der horizontalen Lasteinleitung verglichen (Kap. 3.2).

2.7.5 Tragfähigkeit der Rippenverbindung

Gemäß Modell I sind die Rippen gelenkig miteinander verbunden. Die konstruktive Ausführung eines tragfähigen Gelenkes ist sehr aufwändig. Es soll gezeigt werden, welche Zugkräfte ein gelenkiger Anschluss aufnehmen kann, der durch eine 45° Schrägnagelung, die eigentlich nur als Lagesicherung dient, mit einem glattschaftigen Nagel $d_N \times l_N = 3,8 \times 100$ mm realisiert wird. Abb.2-13 zeigt die Ausführung des Anschlusses. Die Berechnung erfolgt nach *E DIN 1052 (2000)*.

Charakteristische Nagelzugkraft	$R_{ax,k} = 246$ N	<i>E DIN 1052, Gl.10.36a,b</i>
Bemessungswert der Nagelzugkraft	$R_{ax,d} = 170,3$ N	<i>E DIN 1052, Abs.10.8.1, Gl.10.37</i>

Tabelle 2.6: Grenzwerte der verwendeten Verbindungsmittel

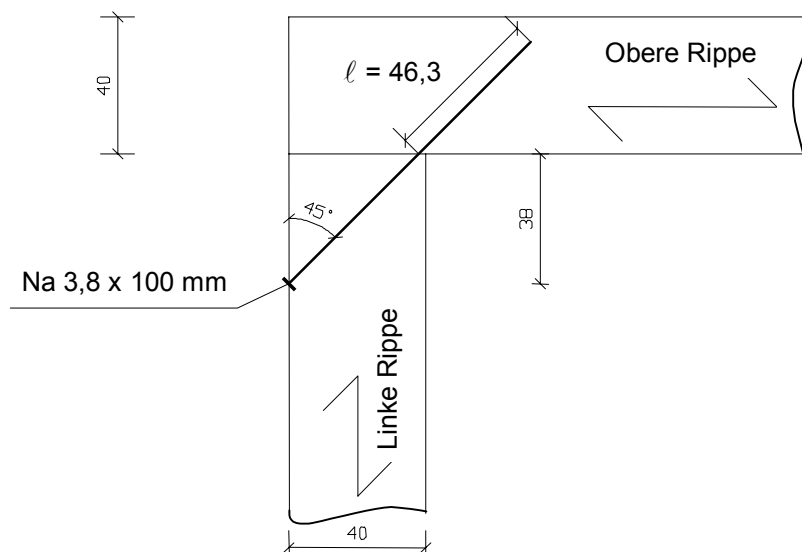


Abb.2-13: Ausbildung des als gelenkig angenommenen Anschlusses zwischen den Rippen

Die Verbindung ist für die hier untersuchten rechteckigen Tafeln unter Annahme sowohl starrer als auch steifer Rippen tragfähig. Bei Ansatz starrer Rippen wird die Verbindung dabei erheblich mehr beansprucht als bei den Modellvarianten mit steifen Rippen. Die Beanspruchungen der Verbindungen sind bei den Varianten mit steifen Rippen für kleine VM-Abstände deutlich geringer als für große VM-Abstände. Bei trapezförmigen Tafeln ist eine Schrägnagelung allerdings selbst bei geringen Lasten nicht ausreichend. Um die Tragfähigkeit zu gewährleisten, kann die Rahmeneckverbindung beispielsweise mit aufgenagelten Lochblechen ausgeführt werden.

2.8 Vergleich der Modelle mit bisherigen Forschungen

Die entwickelten FE-Modelle beschreiben die Realität hinreichend genau, wenn die Verformungen und Beanspruchungen der Modelle mit denen von anderen Forschungsarbeiten übereinstimmen, die auf der Grundlage von experimentellen Untersuchungen entstanden sind. Es wird weiterhin von einer rechteckigen Holztafel nach Abb.1-1 mit der Länge 1250 mm und der Höhe 2500 mm ausgegangen. Der VM-Abstand beträgt 50 mm. Es wird eine horizontale Last von 1000 N in die Kopfrippe eingeleitet. Die Modelle III und IV werden nicht verifiziert, da für diese Modelle keine Forschungsergebnisse existieren.

2.8.1 Vergleich von Modell I mit dem Modell nach

Tuomi und McCutcheon

Das Modell von *Tuomi und McCutcheon* (1978) basiert auf der Gleichheit der inneren und äußeren Energie. Zur Berechnung der Energieanteile werden dabei folgende Annahmen getroffen:

- Die Unterkonstruktion verschiebt sich zu einem Parallelogramm, während die Beplankung rechtwinklig bleibt.
- Die sich einstellende Verformungsrichtung der Ecknägel fällt mit der Diagonalenrichtung der Beplankung zusammen.
- Rippen und Beplankung sind starr.

Die äußere und innere Energie ergibt sich bei ihrer Untersuchung nach diversen Umformungen zu:

$$E_{\text{außen}} = \frac{1}{2} F \cdot u_x = \frac{1}{2} F \left(\frac{2d_N}{\sin \alpha} \right) \quad (2.26)$$

$$E_{\text{innen}} = k \cdot d_N^2 \left[n + m - \frac{2}{3} \left(\frac{n^2 - 1}{n} \cos^2 \alpha + \frac{m^2 - 1}{m} \sin^2 \alpha \right) \right] \quad (2.27)$$

Die von den Autoren eingeführten Variablen haben folgende Bedeutung:

F = aufgebrachte horizontale Last

u_x = horizontale Verschiebung am Lasteinleitungspunkt

α = Winkel zwischen x-Achse der Tafel und Beplankungsdiagonale

$\tan \alpha$ = Höhe der Tafel / Länge der Tafel

d_N = Verformung der Ecknägel in Diagonalenrichtung der Beplankung

k = Verschiebungsmodul der Nägel

V = Nagelkraft

n = Anzahl der Verbindungsmittel in der Kopf- bzw. Fußrippe

m = Anzahl der Verbindungsmittel in einer vertikalen Rippe

Das Gleichsetzen der äußeren und inneren Arbeit (Gl. 2.26 und 2.27) sowie der Einführung des Materialgesetzes

$$d_N = \frac{V}{k} \quad (2.28)$$

ergibt die maximale Nagelkraft V :

$$V = \frac{F}{\sin \alpha \left[n + m - \frac{2}{3} \left(\frac{n^2 - 1}{n} \cos^2 \alpha + \frac{m^2 - 1}{m} \sin^2 \alpha \right) \right]} \quad (2.29)$$

$$V = 40,64 \text{ N}$$

mit $k = 783 \text{ N/mm}$,

$$\alpha = \arctan \frac{b}{h} = \arctan \frac{1250}{2500} = 0,4636 \text{ [rad] ,}$$

$$n = \frac{1250 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 25 \text{ und } m = \frac{2500 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 50 .$$

Den Verformungsweg des maximal beanspruchten Verbindungsmittels erhält man mit Hilfe des Werkstoffgesetzes (Gl. 2.26) zu $d_N = 0,0519 \text{ mm}$.

Die horizontale Verschiebung u_x am Kräfteinleitungspunkt beträgt:

$$u_x = \frac{2d_N}{\sin \alpha} \quad (2.30)$$

$$u_x = 0,232 \text{ mm}$$

Das FE-Modell I mit gelenkig angeschlossenen starren Rippen und den oben beschriebenen Werten für die Verbindungsmittelsteifigkeit und dem VM-Abstand weist eine horizontale Verschiebung von $u_x = 0,236 \text{ mm}$ auf. Der Unterschied zwischen den beiden Berechnungen liegt bei nur 2 Prozent. Dieser Unterschied ist darauf zurückzuführen, dass durch die Richtungsvorgabe der Nagelverschiebung das Modell von *Tuomi und McCutcheon* steifer ist als das der FE-Berechnung zugrundeliegende Modell, bei dem sich die Verbindungsmittel frei verschieben können und keine Richtung vorgegeben wurde.

2.8.2 Vergleich von Modell I mit dem Modell nach Kessel

Das Modell von Kessel (2001) geht von folgenden Annahmen aus:

- Die Rippen und die Beplankung sind starr.
- Die Rippen sind gelenkig miteinander verbunden.
- Die Verdrehungen des Rahmens φ_R und die Verdrehung der Beplankung φ_{SD} sind im Verhältnis zur Höhe und Länge der Scheibe klein.
- Die Verbindungsmittel verhalten sich linear elastisch.

Die äußeren Verbindungsmittel in den Rahmenecken werden der Kopf- bzw. Fußrippe zugeordnet. Die Kräfte V der einzelnen Verbindungsmittel ergeben sich aus der Reaktion der Beplankung zu:

$$V_{i,x} = \frac{h_d \cdot y_{Di}}{\beta_y} \cdot F \quad (2.31)$$

und

$$V_{i,y} = \frac{h_d \cdot x_{Di}}{\beta_x} \cdot F \quad (2.32)$$

mit y_{Di}, x_{Di} = Abstand des i-ten VM in y- und x- Richtung zum Drehpunkt der Scheibe,

$$\beta_x = \sum x_i^2 = 45593750 \text{ mm}^2,$$

$$\beta_y = \sum y_i^2 = 130250000 \text{ mm}^2.$$

Die horizontale Verschiebung der oberen horizontalen Rippe ergibt sich zu

$$u_x = \frac{\beta_x + \beta_y}{\beta_y \cdot \beta_x} \cdot \frac{h^2}{k} \cdot F \quad (2.33)$$

$$u_x = 0,236 \text{ mm}.$$

Der Vergleich mit der FE-Lösung zeigt keine signifikanten Unterschiede. Weiterführend wird diese Gleichung für Vergleichszwecke im Kap. 5 herangezogen.

2.8.3 Vergleich von Modell II mit dem Schubfeldmodell

Im Modell II sind die Rippen nicht direkt miteinander verbunden, sondern indirekt durch die Verbindungsmittel über die Beplankung. Die der Berechnung zu Grunde liegenden Annahmen sind zum einen starre Rippen, d.h. EI und $EA \rightarrow \infty$ und zum anderen, dass die Ecknägel nicht auf die benachbarten Rippen aufgeteilt werden. Källsner und Lam (1995) stellen fest, dass das Modell II bei Ansatz starrer Rippen

die Versuchsergebnisse von *Källsner (1984)* hinreichend genau wiedergeben kann. Die Beanspruchungen bei Annahme von starren Rippen und starrer Beplankung lassen sich mit den Gleichgewichtsbedingungen berechnen, weil ein statisch bestimmtes Modell vorliegt und die inneren Schnittgrößen bzw. Nagelkräfte sich unabhängig von der Nagelsteifigkeit einstellen. Beispielsweise erhalten bei der beschriebenen Einrastertafel die Verbindungsmittel in der Kopf- und in der Fußrippe jeweils eine Abscherkraft von 38,46 N. In den vertikalen Rippen nehmen die Verbindungsmittel jeweils eine Kraft von 40,82 N auf. Diese von Hand ermittelten Werte stimmen exakt mit der FEM-Berechnung überein. In der Beplankung stellt sich eine reine Schubtragwirkung ein, d.h. die Richtungen der Hauptspannungen verlaufen unter 45° gegen die Systemachsen der Beplankung geneigt.

Zusammenfassend lässt sich für die im FE-Modell gewählten Bauteilsteifigkeiten sagen, dass diese groß genug sind, um die hier gewählten Annahmen von starren Bauteilen zu simulieren. Da die zum Vergleich herangezogenen Modelle aus Forschungs-ergebnissen stammen, die durch Versuche verifiziert wurden, erübrigen sich weitere Versuchsdurchführungen zur Verifizierung der FE-Modelle. Die entwickelten FE-Modelle beschreiben somit die Realität hinreichend genau.

Kapitel 3

Untersuchung der Beanspruchungen und Verformungen

3.1 Rechtecktafeln

Um die Tendenz der Änderung des Tragverhaltens infolge von Steifigkeitsvariationen aufzuzeigen, beinhalten die folgenden Untersuchungen auch Bettungsmodule des Verbundes von Rippen an Beplankung bzw. VM-Abstände, die nicht praxisrelevant sind. Aufgrund der großen Anzahl an untersuchten Modellen und deren Varianten werden in diesem Kapitel nur die Schnittgrößenverläufe von Modellen mit praxisüblichen Querschnittsabmessungen gezeigt. Es wird ein lineares und ein nichtlineares VM-Tragverhalten angesetzt. Die VM-Abstände werden bei jedem Modell von $a_1 = 25$ mm, auf $a_1 = 50$ mm und dann auf $a_1 = 125$ mm vergrößert, so dass der Einfluss der VM-Steifigkeit auf das Tragverhalten der Modelle erkennbar wird. Nach Kap. 2.7 darf die Einrastertafel ohne Berücksichtigung von vertikalen Beanspruchungen mit einer horizontalen Kraft von maximal $F = 6.000$ N beansprucht werden. Für die linearen Untersuchungen werden die Modelle einer Einheitslast von 1000 N ausgesetzt. Bei den nichtlinearen Untersuchungen wird eine in der Praxis übliche Beanspruchung von $F = 2.500$ N aufgebracht, so dass manche Modelle erst ab einem bestimmten VM-Abstand ein nichtlineares Tragverhalten aufweisen.

3.1.1 Modell I mit starren Rippen

Lineares Nageltragverhalten

Sowohl die qualitativen Verläufe als auch die maximalen Werte der Beanspruchungen der Rippen und der Beplankung für Modell I mit starren Rippen sind bei sich ändernden VM-Abständen fast gleich. Die Rippen werden über ihre gesamte Länge beansprucht, wie in Abb.3-1 zu sehen ist. Die Beanspruchungen aus Momenten (M) und Querkraft (Q) sind sehr gering und die daraus entstehenden Spannungen liegen weit unter denen der Beanspruchbarkeiten. Der Normalkraftverlauf (N-Verlauf) ist linear. Die maximalen Werte sind handschriftlich ermittelbar und betragen maximal $2 \cdot F = 2000$ N.

Die maximalen Schubbeanspruchungen der Beplankung liegen in Scheibenmitte und sind gegenüber den übrigen Modellen erhöht. Es ist keine Konzentration von Druck- oder Zugspannungen in der Scheibe vorhanden. Die Druckanteile sind blau und die Zuganteile schwarz dargestellt. Es bilden sich eine jeweils relativ breite

Druck- und Zugstrebe. Die Nagelverformungen sowie deren Beanspruchungen sind bezüglich der Modellmittelachsen bei $l_d/2$ und $h_d/2$ nach Abb.1-1 symmetrisch. Bei der Modellvariante mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm beträgt die maximale VM-Kraft $V_{max} = 41,8$ N, die sich aufteilt in eine senkrecht zur Rippe wirkende Komponente $V_{\perp} = 34,3$ N und eine parallel zur Rippe wirkende Komponente $V_{\parallel} = 24,0$ N.

Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt betragen $u = 0,59$ mm bei einem VM-Abstand von $a_1 = 125$ mm und $u = 0,12$ mm bei einem VM-Abstand von $a_1 = 25$ mm. Die Verformungen sind von den VM-Steifigkeiten linear abhängig und vervielfachen sich somit bei einer Vergrößerung des VM-Abstandes von 25 mm auf 125 mm.

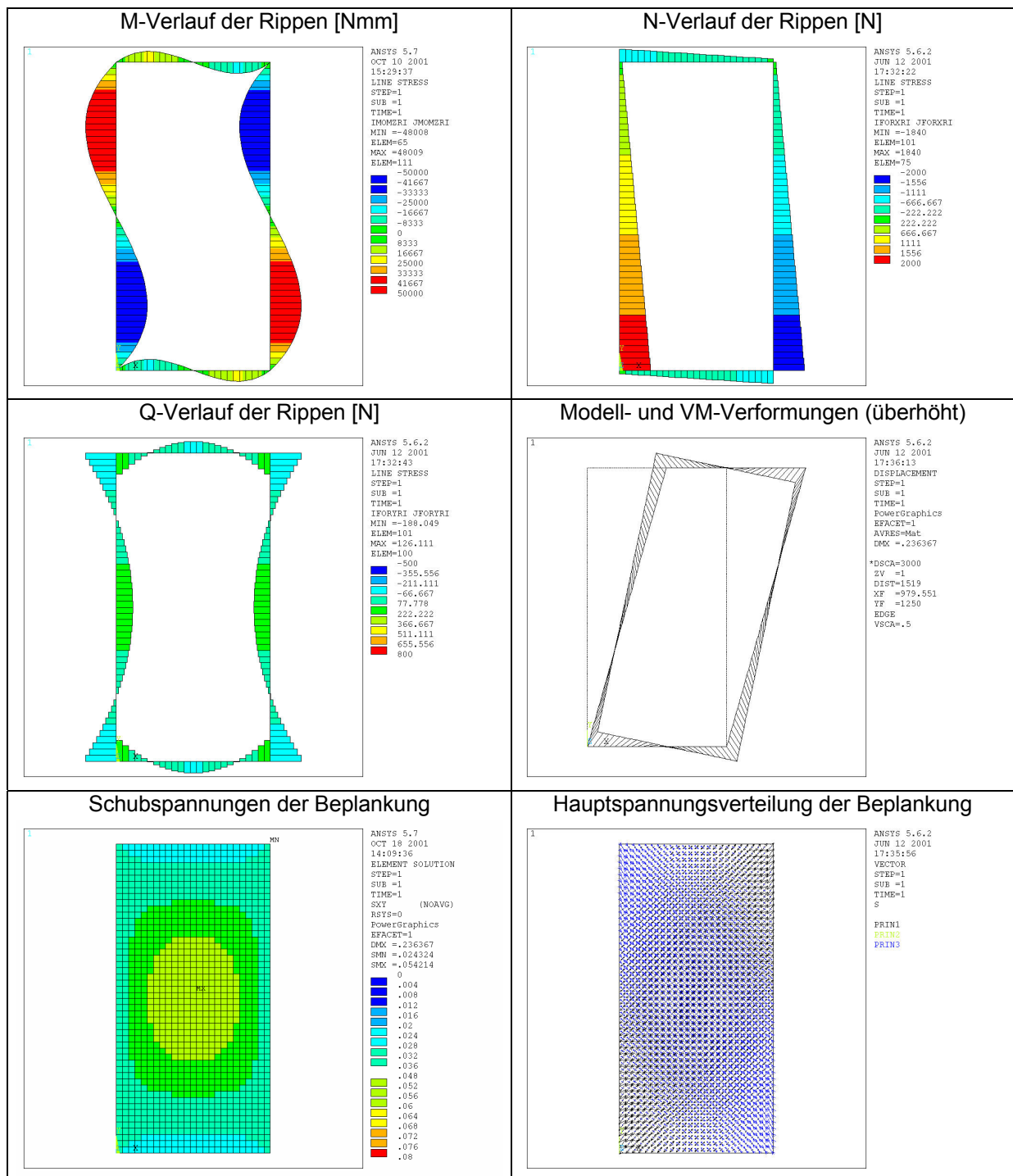


Abb.3-1: Beanspruchungen und Verformungen (überhöht), Modell I mit starren Rippen, $a_1 = 50 \text{ mm}$

Nichtlineares Nageltragverhalten

Die Verläufe der Beanspruchungen bei Modellen mit nichtlinearem Tragverhalten der Verbindungsmittel ähneln bis zu ihrer Plastizierung den Verläufen von Modellen mit geringem VM-Abstand, da ihre Steifigkeit zur linearen VM-Steifigkeit deutlich erhöht ist (vgl. Abb.2-4). Sind die Verbindungsmittel plastiziert, ist ihre Steifigkeit nach Überschreiten des linearen Bereichs sehr gering. Folgerichtig ergeben sich Verläufe von Beanspruchungen, die denen von Modellen mit großem VM-Abstand entsprechen. Auf die Werte der Beanspruchungen wird hier nicht eingegangen. Die Abb.3-2 zeigt das Last-Verformungsdiagramm ab dem ersten Lastschritt von Modell I bei nichtlinearem Nageltragverhalten. Es werden die Verformungswerte des Lasteinleitungspunktes dargestellt.

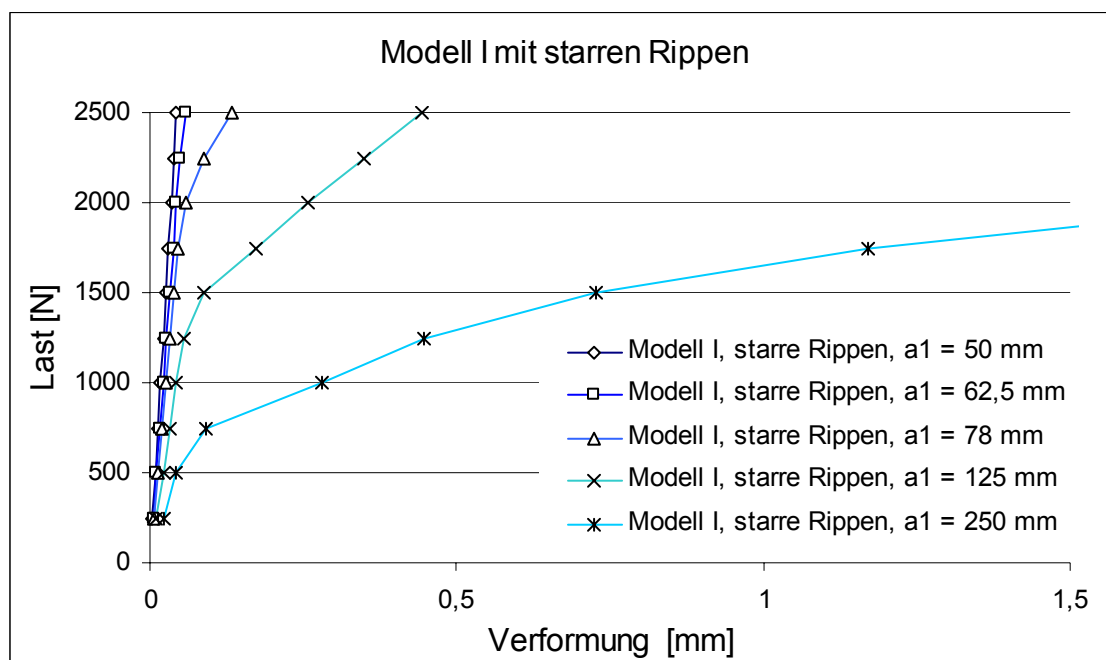


Abb.3-2: Last-Verformungskurven bei nichtlinearem VM-Tragverhalten
für unterschiedliche VM-Abstände

Anhand Abb.3-2 erkennt man, dass bei Ansatz von starren Rippen bis zu einem VM-Abstand von $a_1 \leq 62,5$ mm eine lineare Last-Verformungsbeziehung bis zur aufgebrauchten Last von $F = 2500$ N vorliegt. In diesen Fällen bleibt bei jedem Verbindungsmittel die hohe Anfangssteifigkeit erhalten, d.h. kein Verbindungsmittel ist plastiziert.

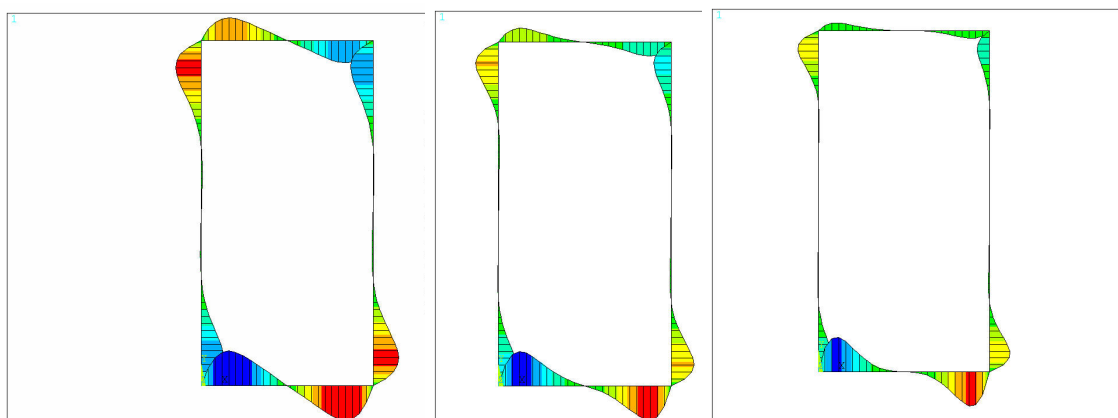
Bei einer Verformung von 1,2 mm am Lasteinleitungspunkt erreicht die Modellvariante mit $a_1 = 250$ mm ihre Tragfähigkeit $R_{v,d} = 1800$ N. Diese Modellvariante mit $a_1 = 250$ mm plastiziert bei allen Modellen I bis IV. Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt dieser Variante werden zu Vergleichszwecken bei jedem Modell

angeführt, um die Unterschiede der Modelle I bis IV bei nichtlinearem VM-Tragverhalten aufzuzeigen. Die Tragfähigkeiten von Wandscheiben mit $a_1 \leq 125$ mm liegen über der aufgetragenen Last $F = 2500$ N, daher werden diese Varianten nicht zu Vergleichszwecken herangezogen.

3.1.2 Modell I mit steifen Rippen

Lineares Nageltragverhalten

Die Verläufe und maximalen Werte der Beanspruchungen für Modell I mit steifen Rippen weisen bei sich ändernden VM-Abständen größere Unterschiede auf als beim Ansatz von starren Rippen. Die Beanspruchungen M und Q verlagern sich bei kleineren VM-Abständen bzw. höherem Bettungsmodul zu den Eckpunkten des Modells (vgl. Abb.3-3). Sie sind erheblich geringer als die beim Modell mit starren Rippen. Je kleiner die Bettung zwischen Beplankung und Rippen, desto höher sind die M- und Q-Beanspruchungen. Bei den dargestellten VM-Abständen ergibt sich eine Erhöhung dieser Beanspruchungen um 40%.



$a_1 = 125$ mm

$a_1 = 50$ mm

$a_1 = 25$ mm

Abb.3-3: M-Verlauf der Rippen für unterschiedliche VM-Abstände

Der N-Verlauf ist entsprechend Abb.3-4 nicht linear. Die Abweichung der Normalkraftbeanspruchung von einem linearen Verlauf ist umso größer, je geringer die Bettung zwischen Beplankung und Rippen ist.

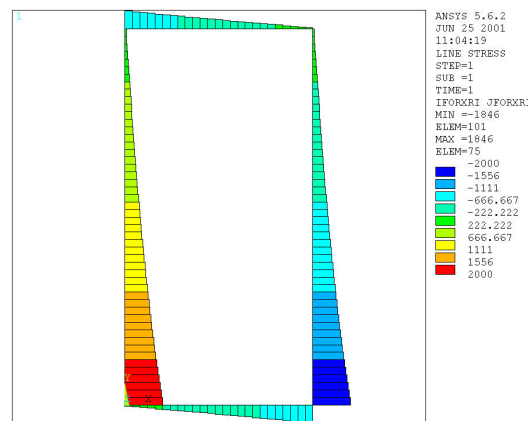


Abb.3-4: N-Verlauf der Rippen [N] für $a_1 = 50$ mm

Die größten Schubbeanspruchungen der Beplankung liegen in diesem Fall sowohl in Scheibenmitte als auch im Bereich der Auflager. Die maximale Schubbeanspruchung vermindert sich um 40% durch eine Vergrößerung des VM-Abstandes von $a_1 = 25$ mm auf $a_1 = 125$ mm.

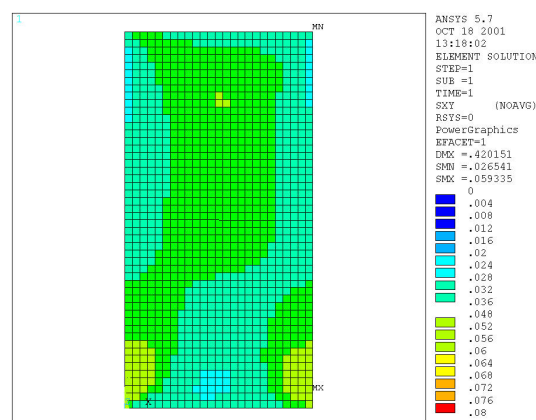


Abb.3-5: Schubspannungen der Beplankung für $a_1 = 50$ mm

In Abb.3-6 sind die Hauptspannungen der Beplankung dargestellt. Die Druckanteile sind wiederum blau und die Zuganteile schwarz gefärbt. Es ist eine Konzentration von Druck- und Zugspannungen der Scheibe in den Auflagerbereichen festzustellen. Bei Verringerung des VM-Abstandes ist zum einen eine Verlagerung der Druckspannung zur Druckrippe und zum anderen eine Verlagerung der Zugspannung zur Zugrippe auszumachen. Diesen Effekt stellte auch *Raschper* bei seinen Versuchsauswertungen fest. Im Lasteinleitungsbereich der Tafel sind höhere Druckspannungsanteile entlang der Kopfrippe zu erkennen als bei der Fußrippe im horizontalen Auflagerbereich. Die Richtung der

Hauptdruckspannungen der Beplankung entspricht also nicht der Diagonalenrichtung der Beplankung.

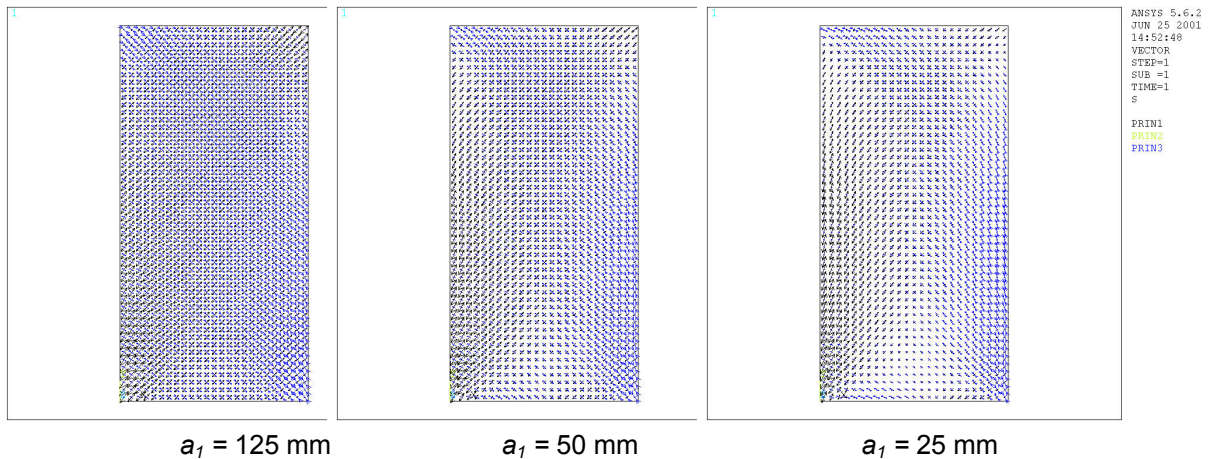


Abb.3-6: Hauptspannungsverteilung der Beplankung für unterschiedliche VM-Abständen

Die Nagelverformungen sind bezüglich der Modellachsen nicht symmetrisch. Aufgrund des einfachen Materialgesetzes der Nägel (vgl. Kap. 4.2.1) kann aus Abb.3-7 auch auf deren Beanspruchung geschlossen werden. Dabei sind diese Beanspruchungen der oberen Tafeleckpunkte geringer als die in den Auflagerbereichen. Die Nagelbeanspruchungen im Lasteinleitungsbereich links oben sind größer als die rechts oben. Die Beanspruchungen am horizontalen Auflager rechts unten sind größer als die links unten. Demnach ist die wesentliche Beanspruchungsrichtung der Beplankung von links oben nach rechts unten, also in Druckdiagonalenrichtung.

Bei größeren VM-Abständen findet eine gleichmäßigere Kraftverteilung auf die Nägel statt als bei steiferen Verbindungen zwischen Rippe und Beplankung. Die Modellvariante mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50 \text{ mm}$ hat die maximale VM-Kraft $V_{max} = 48 \text{ N}$ im oberen Eckbereich, die sich aufteilt in $V_{\perp} = 24,9 \text{ N}$ und $V_{\parallel} = 41 \text{ N}$. Im unteren Eckbereich beträgt die maximale VM-Kraft $V_{max} = 73,7 \text{ N}$, die sich in die Kraftkomponenten $V_{\perp} = 61,2 \text{ N}$ und wiederum $V_{\parallel} = 41 \text{ N}$ aufteilt. Die Anteile der Nagelkräfte, die parallel zu den Rippen wirken, sind aufgrund der identischen Werte der horizontalen Auflagerkraft und der angreifenden Last gleich. Auch hier wirkt ein sehr hoher Anteil der resultierenden VM-Kraft senkrecht zur Faserrichtung der Rippen.

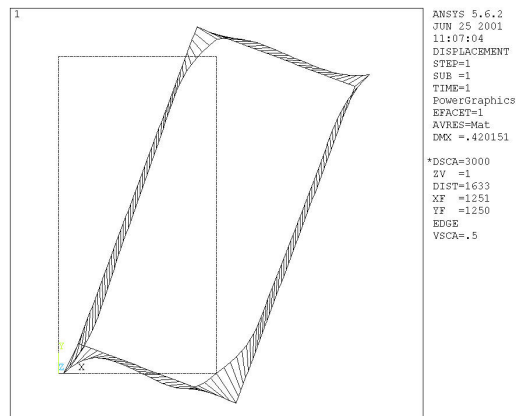


Abb.3-7: Überhöht dargestellte Modell- und VM-Verformungen für $a_1 = 50$ mm

Die Zunahme der Verformung der Modellvarianten am Lasteinleitungspunkt in Abhängigkeit des VM-Abstandes ist nicht linear und verdreifacht sich bei Verringerung des VM-Abstandes von $a_1 = 25$ mm auf $a_1 = 125$ mm.

In Abb.3-8 sind die Nagelkräfte der Kopfrippe unter Berücksichtigung der Rippensteifigkeit bei $a_1 = 50$ mm zu sehen. Die Lasteinleitung (LE) ist am ersten Verbindungsmittel und erfolgt in der Abbildung von rechts nach links. Aus der Abbildung wird deutlich, dass nur in der Nähe der Gelenkpunkte VM-Kräfte senkrecht zur Rippe auftreten.

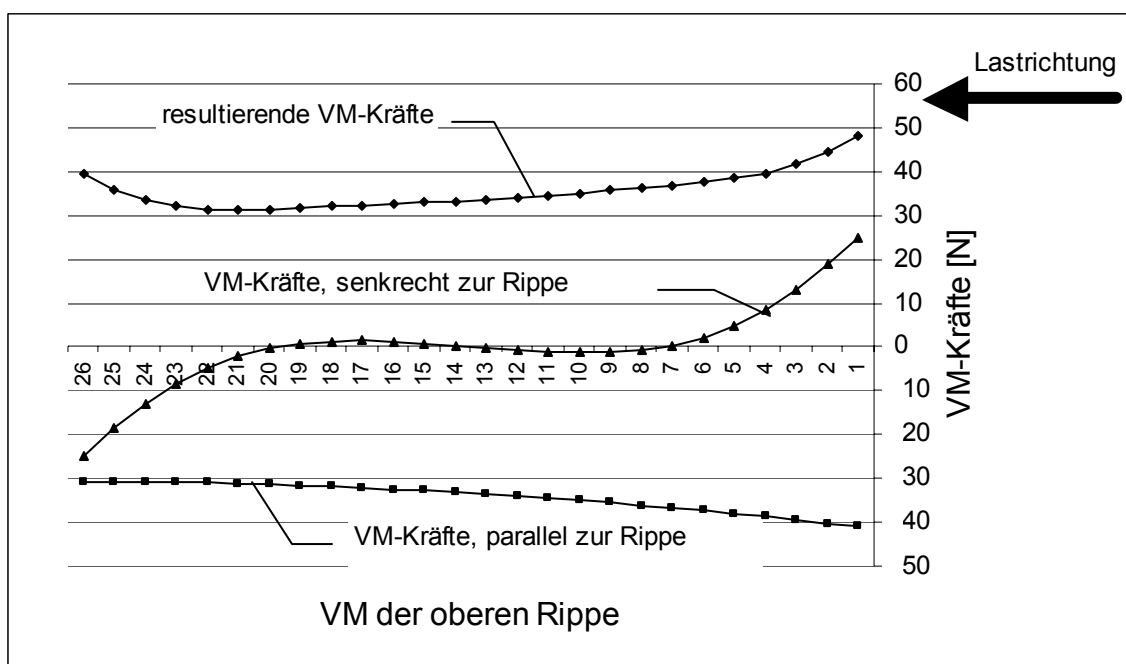


Abb.3-8 VM-Kräfte der Kopfrippe von Modell I mit steifen Rippen bei linearem VM-Tragverhalten

Nichtlineares Nageltragverhalten

Bei der Modellvariante mit einem VM-Abstand von $a_1 = 125$ mm liegen bei Zugrundelegung der genannten Modellparameter alle Verbindungsmittel in den plastischen Bereichen III und IV der Last-Verformungskurve gemäß Abb.2-4. Aus Abb.3-9 wird deutlich, dass bei einem VM-Abstand von 250 mm alle Verbindungsmittel im letzten Lastschritt eine Steifigkeit von $k = 236$ N/mm aufweisen. Wiederum sind die Verformungswerte des Lasteinleitungspunktes aufgeführt.

Unter den hier angesetzten Modellannahmen erreicht die Modellvariante mit $a_1 = 250$ mm (vgl. Abb.3-9: Modell I, steife Rippe, $a_1 = 250$ mm) bei einer Verformung von 1,7 mm am Lasteinleitungspunkt ihre Tragfähigkeit von $R_{v,d} = 1800$ N. Gegenüber der Modellvariante mit starren Rippen treten durch die jetzt mögliche Rippendehnung bei dieser Modellvariante um 30 % größere Verformungen am Lasteinleitungspunkt auf, bevor diese ihre Tragfähigkeit erreicht (vgl. Kap. 3.1.1, nichtlineares Nageltragverhalten). Beim Vergleich der entsprechenden Modellvarianten für lineares Nageltragverhalten vergrößert sich die Verformung um 40 %. Das Modell I reagiert damit in hohem Maße auf die geänderte Rippensteifigkeit.

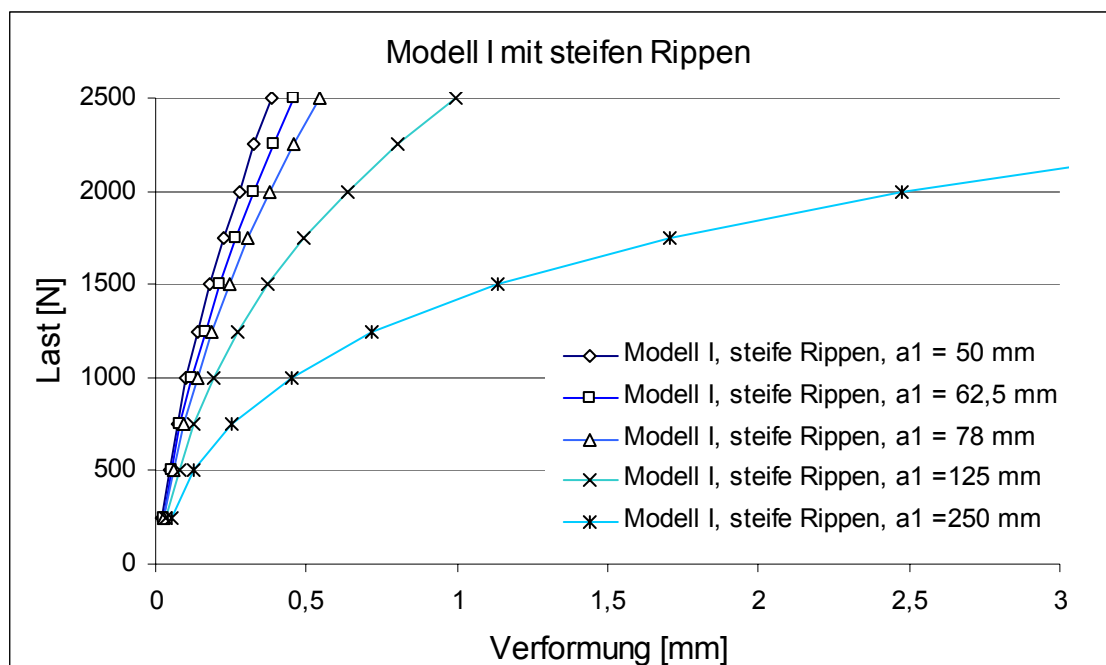


Abb.3-9: Last-Verformungskurven bei nichtlinearem VM-Tragverhalten für ungleiche VM-Abstände

Die resultierenden VM-Kräfte der Kopfrippe und deren senkrecht und parallel zur Faserrichtung wirkenden Anteile sind in Abb.3-10 dargestellt. Die Lastrichtung in der Abbildung führt wieder von rechts nach links. Um die senkrecht zur Rippe

wirkenden Kraftanteile zusammen mit den resultierenden und parallel zur Rippe wirkenden Kraftanteilen darstellen zu können, ist diese auf eine andere Ordinatenenteilung bezogen.

Abb.3-10 zeigt, dass jene Kraftanteile, die senkrecht zur Kopfrippe gerichtet sind, selbst im Lasteinleitungsbereich vernachlässigbar gering sind. Elf Verbindungsmittel plastizieren bei der hier aufgebrachten Last. Diese Nägel geben aufgrund ihrer im letzten Zustand geringen Steifigkeit weitere Beanspruchungen auf die noch nicht plastizierten Nägel weiter. Dies ist der Grund, warum die Kurve nicht wie in Abb.3-8 bis zur Lasteinleitung kontinuierlich ansteigt, sondern abflacht. Der Zickzack-Verlauf im Bereich der plastizierten Verbindungsmittel ergibt sich aus dem Aufbringen der einzelnen Lastschritte sowie dem verwendeten Iterationsverfahren. In der Realität wird sich dieser Verlauf nicht einstellen, sondern es wird sich eine Kurve ohne ständige Krümmungswechsel einstellen, deren Verlauf tendenziell dem der Zickzack-Kurve entspricht.

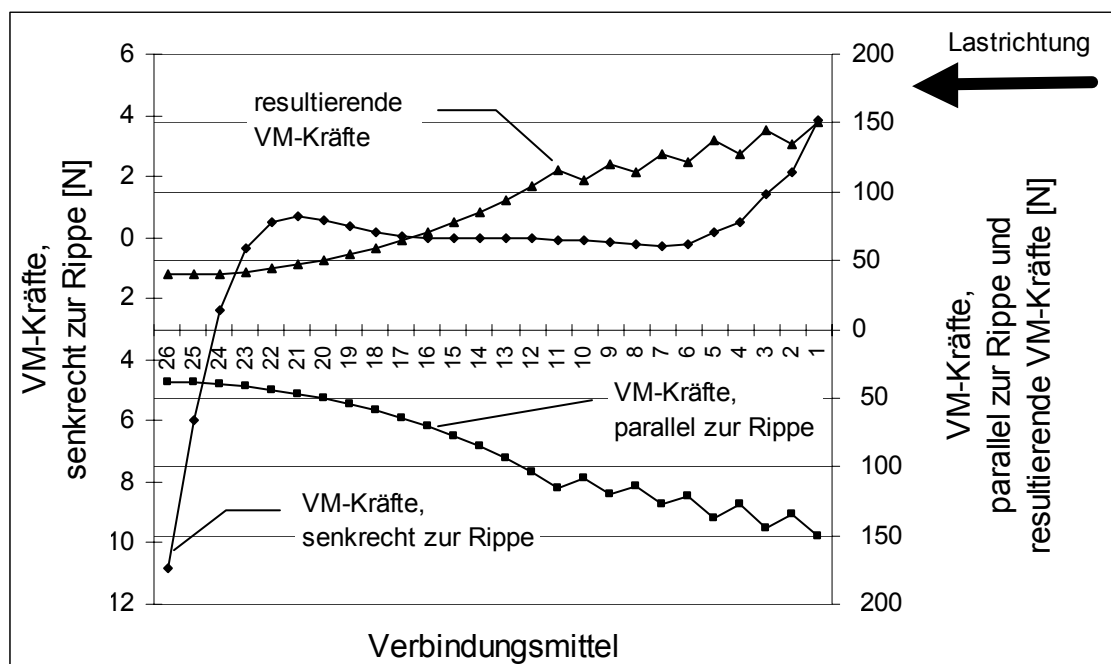


Abb.3-10: VM-Kräfte der Kopfrippe von Modell I mit steifen Rippen bei nichtlinearem VM-Tragverhalten

Abb.3-11 verdeutlicht das Zustandekommen des zackenförmigen Kurvenverlaufs in Abb.3-10. Im Lastschritt 5 (LS5) wird die Steifigkeit des äußeren rechten Nagels der Kopfrippe abgemindert, da seine Beanspruchung in den ersten plastischen Bereich gemäß Tabelle 2.1, Kap. 2.2.1 fällt. Die zusätzliche Beanspruchung, die dieser Nagel Nr. 1 hätte aufnehmen müssen, wird vom Nagel Nr. 2 übernommen. Somit ist bei diesem ein großer Kraftzuwachs vorhanden und es ergeben sich

große Abweichungen beim Nachfahren der Last-Verformungskurve gemäß Abb.2-4.

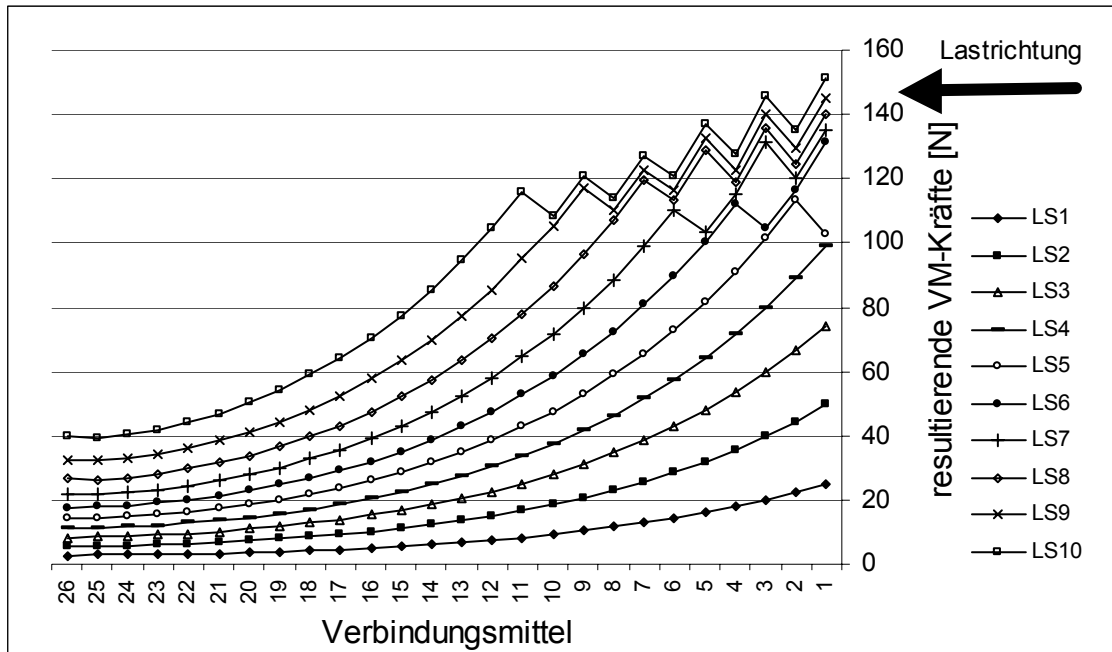


Abb.3-11: VM-Kräfte der Kopfrippe zu den LS bei nichtlinearem VM-Tragverhalten

3.1.3 Modell II mit starren Rippen

Lineares Nageltragverhalten

Beim Modell II mit starren Rippen entfallen die Beanspruchungen aus den Momenten und Querkräften. Abb.3-12 zeigt die Normalkraftbeanspruchungen für dieses Modell II bei einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm. Die Normalkraftverläufe sind linear.

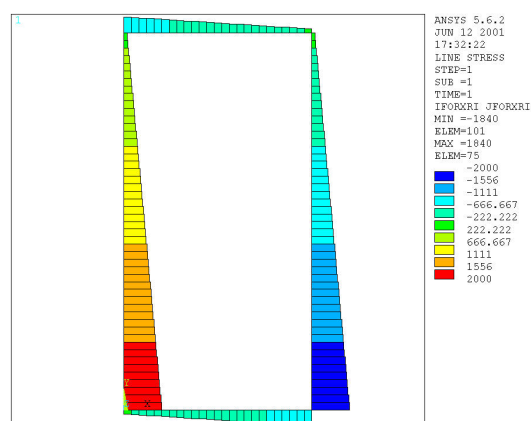


Abb.3-12: N-Verlauf der Rippen [N] für $a_1 = 50$ mm

Die Schubbeanspruchungen der Beplankung sind theoretisch gleichmäßig verteilt. Die Aufteilung der Verbindungsmittel und numerische Gründe führen zu geringfügigen Unterschieden (vgl. Abb.3-13, links). Die maximalen Werte liegen ca. 20% unter denen des Modells I. Die Hauptspannungen der Beplankung sind nach Abb.3-13 rechts gleichmäßig über die gesamte Fläche verteilt.

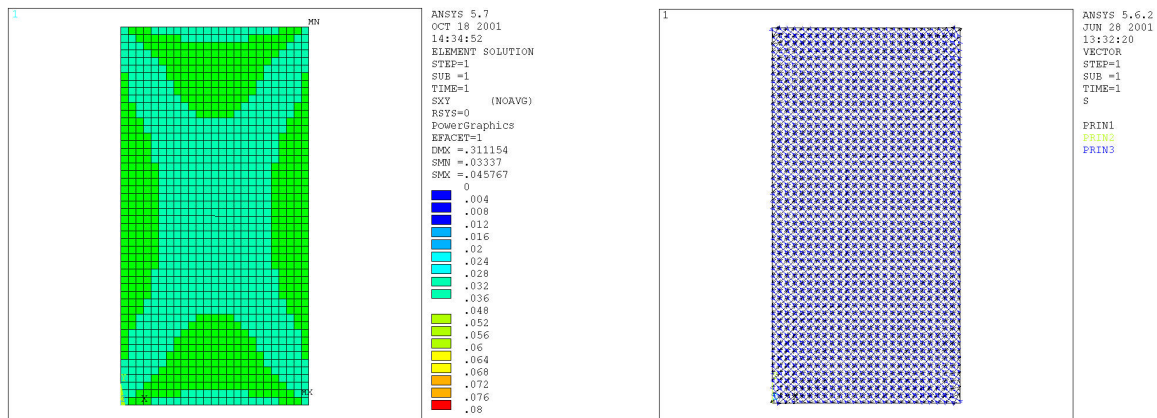


Abb.3-13: Schubspannungen und Hauptspannungsverteilung der Beplankung

Die Nagelkräfte sind über die einzelnen Rippenlängen konstant. Abb.3-14 zeigt die gleichmäßigen Nagelverformungen. Die maximalen Nagelkräfte beim Modell II mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm betragen $V_{max} = V_{//} = 40,8$ N. Sie treten entlang der vertikalen Rippen auf. Die Verformungen nehmen in dem Verhältnis zu, wie die Verhältnisse der VM-Steifigkeiten abnehmen. Sie sind also ausschließlich von den VM-Steifigkeiten abhängig. Bei der Modellvariante mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm beträgt $u = 0,31$ mm und liegt damit etwa 30% über dem Wert der entsprechenden Modellvariante vom Modell I.

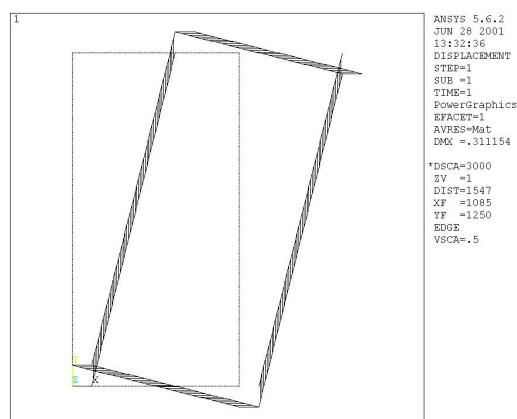


Abb. 3-14: Überhöht dargestellte Modell- und VM-Verformungen für $a_1 = 50$ mm

Nichtlineares Nageltragverhalten

In Abb.3-15 ist das Last- Verformungsdiagramm für die einzelnen Modellvarianten des Modells II mit unterschiedlichen VM-Abständen dargestellt. Modellvarianten mit einem VM-Abstand von $a_1 \leq 50$ mm verhalten sich bei einer aufgetragenen Last von $F \leq 2500$ N wie Modellvarianten mit linearem Nageltragverhalten und sehr großer VM-Steifigkeit.

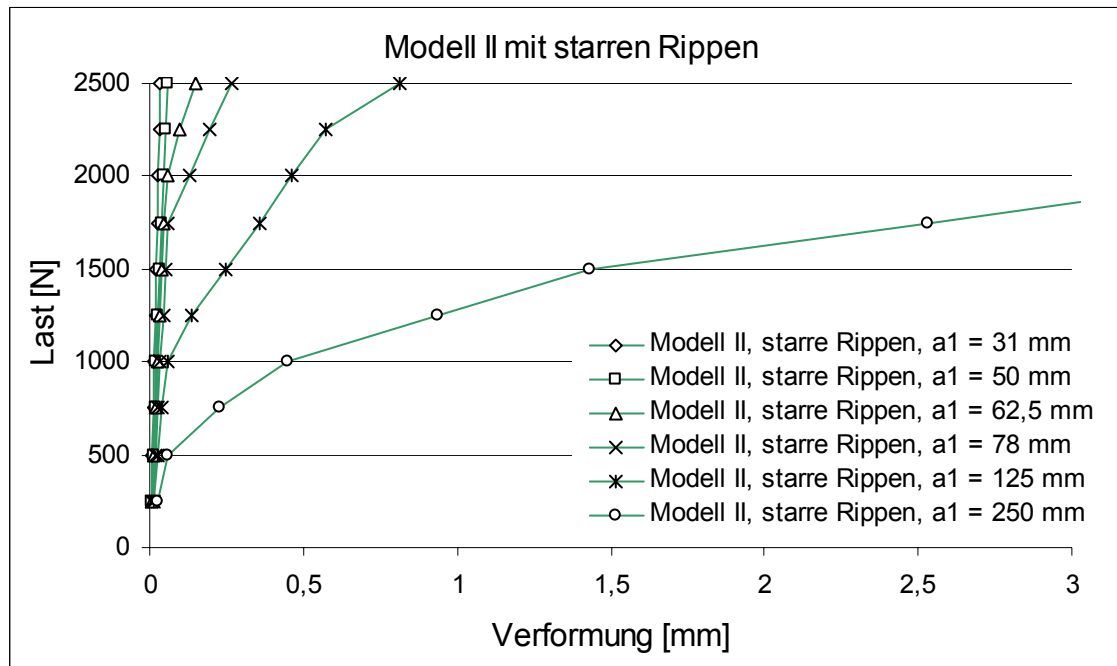


Abb. 3-15: Last-Verformungskurven bei nichtlinearem VM-Tragverhalten für ungleiche VM-Abstände

Bei den Modellvarianten mit größeren VM-Abständen sind große Krümmungsänderungen der Last-Verformungskurve zu erkennen. Da die Rippen als starr angenommen werden, resultiert hieraus eine gleichmäßige Lastaufnahme der Nägel entlang der Rippen. Fällt die Nagelbeanspruchung in den plastischen Bereich, so werden für weitere Lastschritte die Steifigkeiten sämtlicher Verbindungsmittel entlang der Rippe abgemindert. Deshalb weist der Graph dieser Modellvariante ab einem bestimmten Lastschritt einen Knick auf. Dieses steht im Gegensatz zu den Modellvarianten, bei denen ein lineares Tragverhalten der Nägel vorliegt.

Aus Abb.3-15 geht hervor, dass ab einer Last von $F = 2000$ N bei einem VM-Abstand von $a_1 \geq 62,5$ mm die ausgewählten Nägel anfangen zu plastizieren. Die Modellvariante mit $a_1 = 250$ mm erreicht den Grenzwert der Tragfähigkeit nach 2,6 mm Verformung des Lasteinleitungspunktes. Die Tafel wird also unter

Annahme dieses Modells II im Vergleich zum Modell I mehr als das Doppelte an Verformung aufweisen bis sie den Grenzwert erreicht hat (vgl. Kap. 3.1.1, nichtlineares Nageltragverhalten). Beim Vergleich der beiden Modelle I und II für lineares Nageltragverhalten ergeben sich nur um 30 % erhöhte Verformungen des Modells II.

3.1.4 Modell II mit steifen Rippen

Lineares Nageltragverhalten

Je geringer die Bettung zwischen Beplankung und Rippen, desto weniger Krümmung weist der Verlauf der Normalkraftbeanspruchung auf (vgl. Abb.3-16). Die größten Schubbeanspruchungen in der Beplankung treten, wie in Abb.3-17 zu sehen ist, in Scheibenmitte und im Bereich der Auflager auf. Es ergibt sich ein der Abb.3-5 ähnliches Bild. Es sind fast identische Verlagerungen der Hauptspannungen entsprechend Abb.3-6 auszumachen.

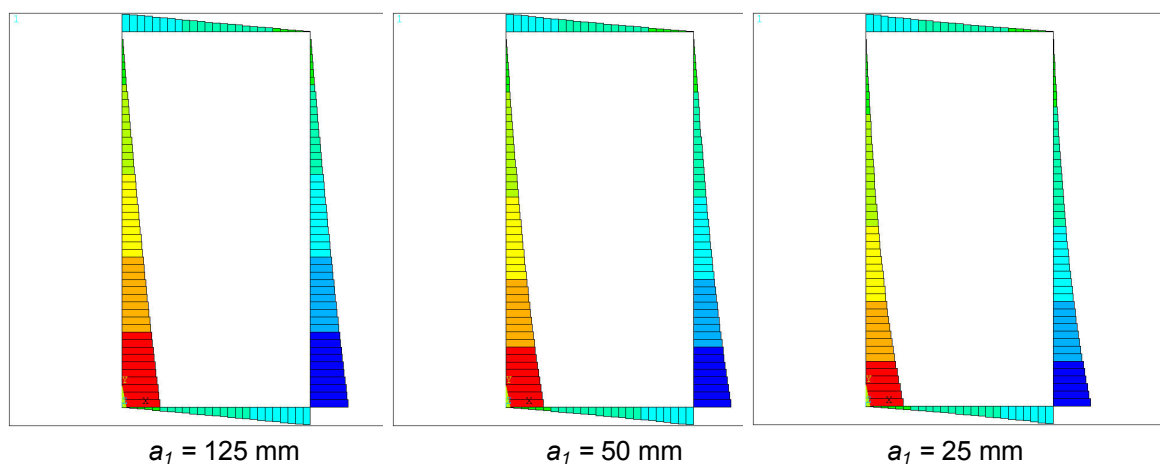


Abb.3-16: N-Verlauf der Rippen für unterschiedliche VM-Abstände

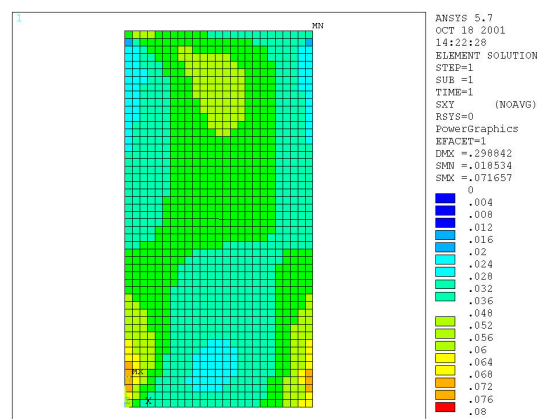


Abb.3-17: Schubspannungen der Beplankung

Bei größeren VM-Abständen findet eine gleichmäßigere Kraftverteilung auf alle Nägel statt als bei steiferen Verbindungen zwischen Rippe und Beplankung. Große VM-Abstände führen daher zu fast konstanten VM-Kräften entlang der einzelnen Rippen.

Bei dem Modell mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50 \text{ mm}$ hat die maximale VM-Kraft am Lasteinleitungspunkt an der Kopfrippe und am horizontalen Auflager an der Fußrippe einen Wert von $V_{max} = 45,4 \text{ N}$ parallel zu den horizontalen Rippen. Im unteren Eckbereich an den vertikalen Auflagern beträgt die maximale VM-Kraft $V_{max} = 65,6 \text{ N}$ parallel zur vertikalen Rippe.

Es gibt keine Kraftanteile, die senkrecht zu den Rippen wirken. Die maximalen Nagelkräfte unterscheiden sich zum Modell I in einer Größenordnung von -10 % bis -15 %. Abb.3-18 zeigt, wie sich die VM-Kräfte parallel zur Rippenachse bei Annahme von steifen Rippen einstellen.

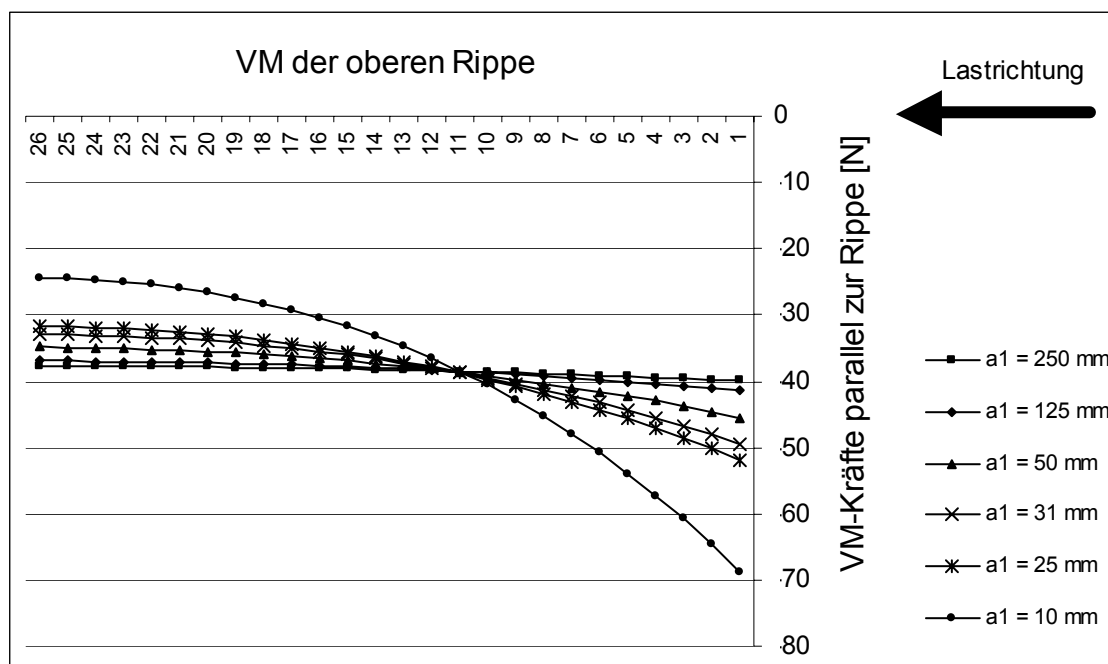


Abb.3-18: Parallel zur Kopfrippe wirkende VM-Kräfte des Modells II mit steifen Rippen für verschiedene VM-Abstände

Es wird deutlich, dass bei Vergrößerung des Verhältnisses von VM-Steifigkeit zur Rippensteifigkeit die Verteilung der VM-Kräfte vom idealen Schubfeldmodell abweichen. Bei sehr geringen VM-Abständen $a_1 \leq 50 \text{ mm}$, welche die Mindestabstände nach Tabelle 2.4, Kap. 2.7.2 nicht unterschreiten, werden die Verbindungsmittel, die direkt am Lasteinleitungspunkt bzw. Auflager angeordnet

sind, um +30 % bis maximal +60% gegenüber den Verbindungsmitteln in der Mitte bzw. am Ende der Rippe beansprucht. Die Kurve für einen VM-Abstand $a_1 = 10$ mm ist nicht praxisrelevant und dient dem Aufzeigen von Tendenzen des Tragverhaltens bei kleiner werdenden VM-Abständen.

Nach ca. einem Drittel der Rippenlänge verbleiben die einzelnen Verbindungsmittelkräfte auf einem bestimmten Niveau. Es ist beim Ansatz von steifen Rippen und geringem VM-Abstand mit einer ungleichmäßigen Lastverteilung auf die Verbindungsmittel zu rechnen. Es muss daher im Lasteinleitungsbereich mit größeren VM-Kräften gerechnet werden, als dieses bei einer handschriftlichen Berechnung unter Ansatz von starren Rippen der Fall wäre. Bei VM-Abständen von $a_1 = 50$ mm ergeben sich im Lasteinleitungsbereich bis zu 10 % erhöhte VM-Beanspruchungen.

Die Verformung der Modellvarianten am Lasteinleitungspunkt in Abhängigkeit des VM-Abstandes verdreifachen sich entsprechend dem Modell I bei Erhöhung des VM-Abstandes von $a_1 = 25$ mm auf $a_1 = 125$ mm. Sie unterscheiden sich zum Modell I um +10 % bis +15 %.

Nichtlineares Nageltragverhalten

Der Ansatz von steifen Rippen führt nach Abb.3-18 zu einer ungleichmäßigen Beanspruchung der Verbindungsmittel. Somit werden die Nägel bei unterschiedlichen Lastschritten sukzessiv anfangen zu plastizieren. Beim Vergleich von Abb.3-19 mit Abb.3-15 entfallen die plötzlichen Krümmungsänderungen in den Last- Verformungskurven.

Die Modellvariante mit $a_1 = 250$ mm erreicht den Grenzwert der Tragfähigkeit jetzt nach 2,7 mm Verformung des Lasteinleitungspunktes (vgl. Kap. 3.1.1, nichtlineares Nageltragverhalten). Gegenüber den Modellvarianten mit starren Rippen ergibt sich hier eine Erhöhung von nur 4 %. Das Modell II reagiert also bei nichtlinearem Tragverhalten der Nägel kaum auf die geänderte Rippensteifigkeit.

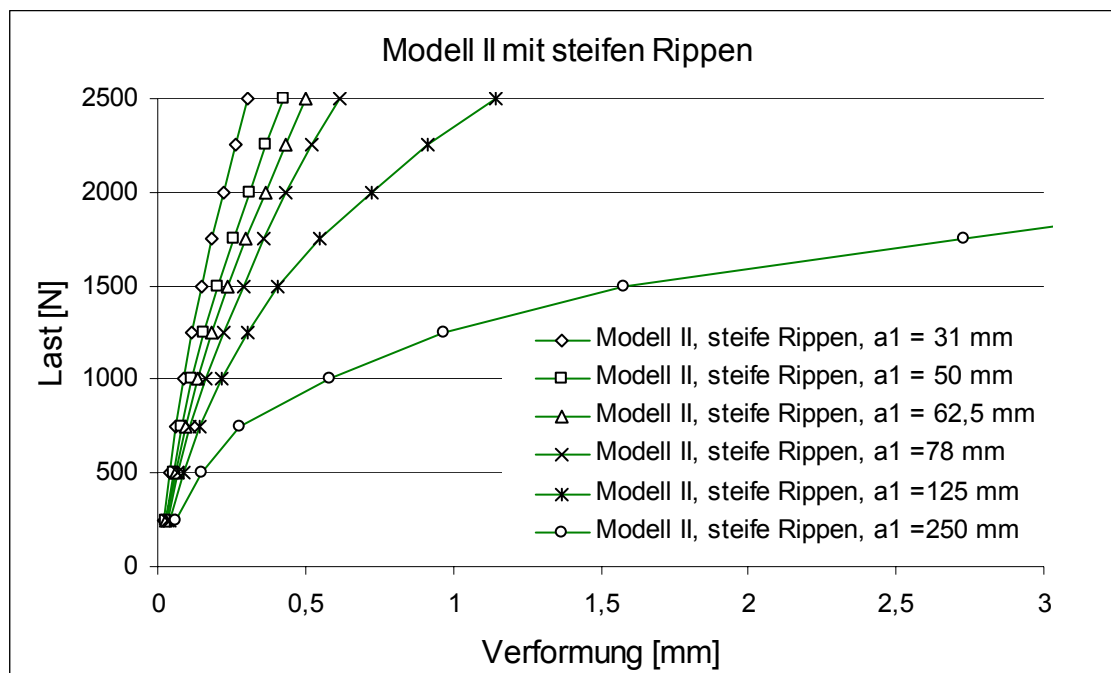


Abb.3-19: Last-Verformungskurven bei nichtlinearem VM-Tragverhalten für ungleiche VM-Abstände

3.1.5 Modell III mit starren Rippen

Lineares Nageltragverhalten

Die maximalen Momenten- und Querkraftbeanspruchungen von Modell III liegen ca. 10 % unter denen des Modells I. Lediglich die Kopf- und Fußrippe werden durch Momente und Querkräfte beansprucht (vgl. Abb.3-20). Da sich im Eckbereich aufgrund der Rippenkontakte und der VM-Aufteilung kein reines Schubfeld ergeben kann, sind vernachlässigbare Unterschiede an Schubbeanspruchungen der Beplankung zu sehen. Die Spannungen liegen 20 % unter denen des Modells I. Es ist bei der Beplankung keine Konzentration von Hauptdruck- oder Hauptzugspannungen festzustellen.

Die Nagelbeanspruchungen sind bezüglich der Modellachsen symmetrisch. Bei dem Modell mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm beträgt die maximale VM-Kraft im Bereich der Kontaktstöße $V_{max} = 52,5$ N, die sich aufteilt in $V_{\perp} = 35,8$ N und $V_{\parallel} = 38,5$ N. Sie liegt damit ca. 25% über der Beanspruchung von Modell I. Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt liegen 20% über denen von Modell I.

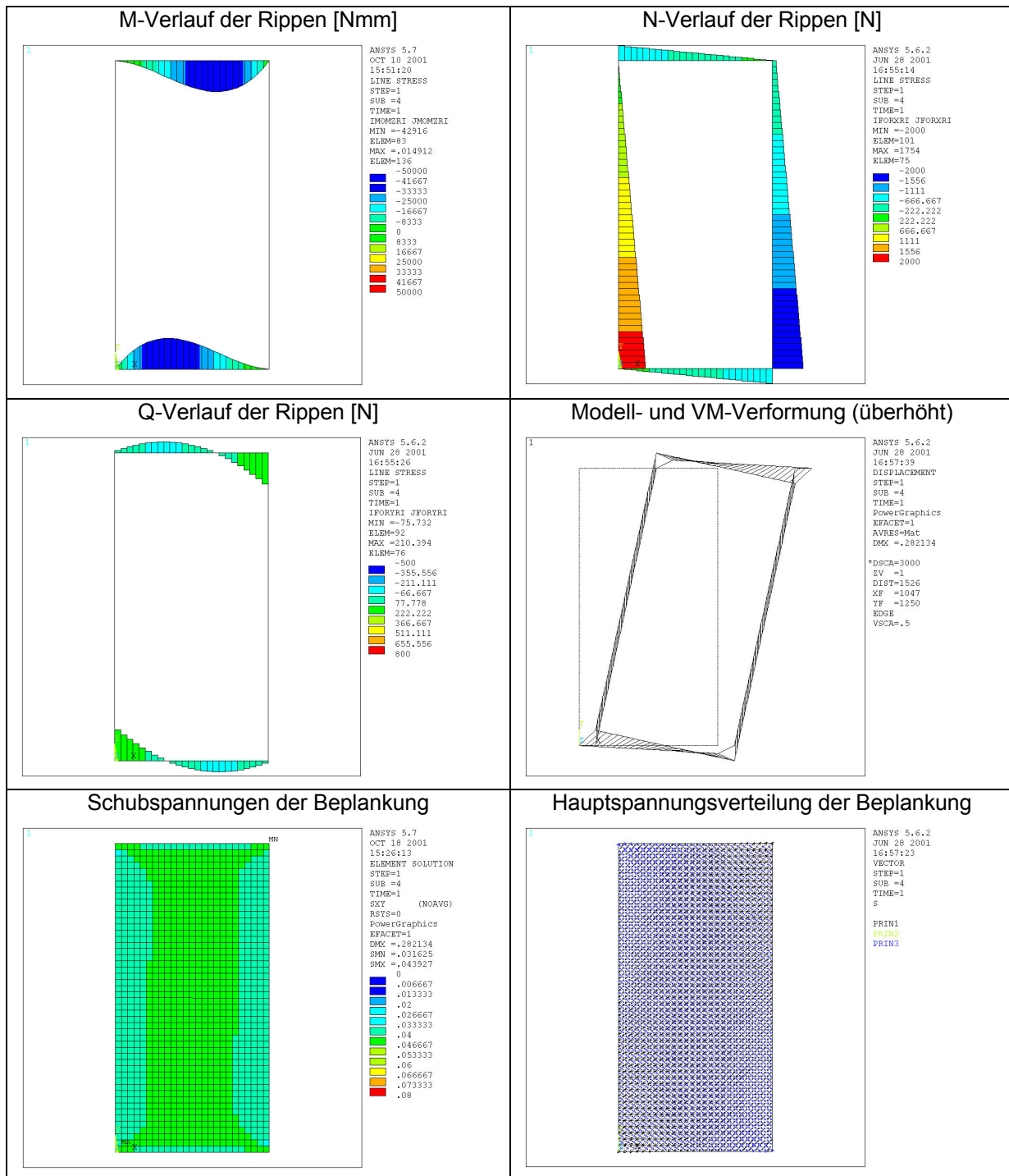


Abb.3-20: Beanspruchungen und Verformungen (überhöht) von Modell III mit starren Rippen,
 $a_1 = 50 \text{ mm}$

Nichtlineares Nageltragverhalten

Das Last-Verformungsdiagramm für Rechtecktafeln mit starren Rippen verläuft unter Annahme starrer Rippenkontaktstöße ähnlich wie beim Modell II. Jedoch sind die großen Krümmungsänderungen der Last-Verformungslinien einzelner Modellvarianten erst bei höheren Beanspruchungen zu erkennen. Durch den Kontaktstoß wird das Gesamtmodell steifer. Ab einer aufgetragenen Last von $F = 2250 \text{ N}$ und einem VM-Abstand von $a_1 \geq 62,5 \text{ mm}$ plastizieren die Nägel. Beim Modell II beginnt die Plastizierung ab einer Last von 2000 N .

Im Gegensatz zum Modell II lassen sich die resultierenden VM-Kräfte der Kopf- und Fußrippe bei Modellvarianten mit Kontaktstoß und starren Rippen in senkrecht und parallel zur Rippe wirkende Anteile aufteilen. Entsprechend Modell II sind die parallel zu den Rippen wirkenden Federkräfte der Kopf- und Fußrippe ebenso wie die in der linken und rechten Rippe parallel zu diesen Rippen wirkenden Federkräfte konstant. Der Verlauf der Federkräfte, die senkrecht zur Rippenachse wirken, ist linear. Der senkrecht zur Rippe wirkende Anteil der resultierenden Federkraft ist immer kleiner als der parallel zur Rippe wirkende Anteil. Wie beim Modell II entstehen große Krümmungsänderungen in der Lastverformungskurve infolge der gleichmäßigen Nagelkraftverteilung in den Rippen.

3.1.6 Modell III mit steifen Rippen

Lineares Nageltragverhalten

Die maximalen Beanspruchungen der Rippen aus M und Q des Modells III liegen etwas unter denen des Modells I. Die Beanspruchungen verlagern sich, wie in Abb.3-21 zu erkennen ist, bei kleiner werdenden VM-Abständen zu den Eckpunkten des Modells.

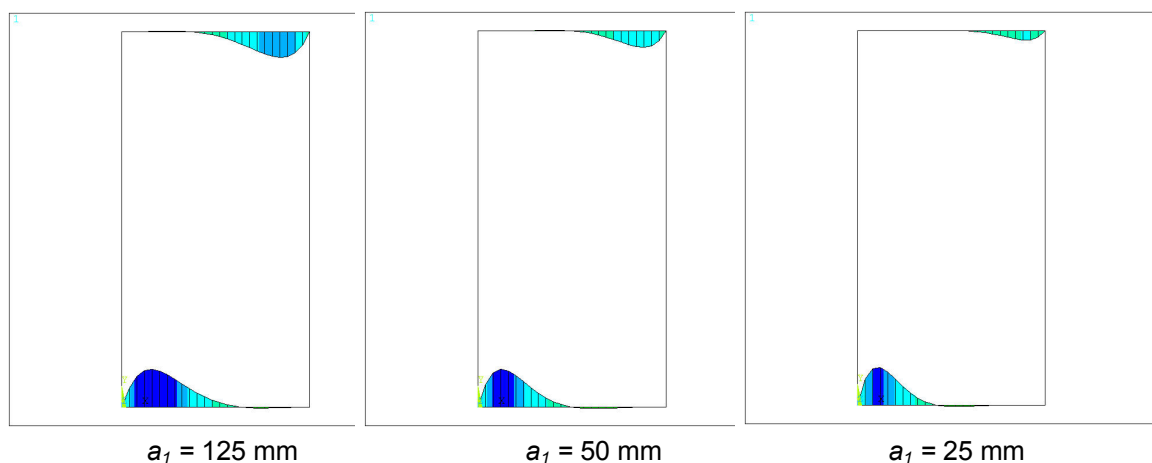


Abb.3-21: M-Verlauf der Rippen für unterschiedliche VM-Abstände

Die Normalkraftbeanspruchungen der Rippen und die Spannungsbilder der Schub- und Hauptspannungen in der Beplankung unterscheiden sich nur unerheblich von Abb.3-4 bis Abb.3-6 des Modells I.

Die Nagelverformungen sind bezüglich der Modellachsen nicht symmetrisch. Aufgrund des einfachen Materialgesetzes kann aus den Verformungen gemäß Abb.3-22 auf die VM-Kräfte geschlossen werden. Die Nagelkräfte der oberen Tafeleckpunkte sind geringer als die in den Auflagerbereichen. Die VM-Beanspruchungen links oben im Lasteinleitungsbereich sind mit $V = 45 \text{ N}$ kaum größer als die am Kontaktstoß rechts oben mit $V = 43 \text{ N}$. Die Nagelbeanspruchungen links unten am Kontaktstoß sind größer als die rechts unten. Daraus folgt, dass im Vergleich zum Modell II die Nagelbeanspruchungen in der Kopf- und Fußrippe durch den Kontaktstoß erhöht werden. Im unteren Eckbereich ist die maximale Verbindungsmittelkraft $V_{max} = 71,2 \text{ N}$ vorhanden, die sich in eine senkrecht zur Rippe wirkende Komponente $V_{\perp} = 62,1 \text{ N}$ und in eine parallel zur Rippe wirkende Komponente $V_{\parallel} = 34,9 \text{ N}$ zerlegen lässt. Die höchsten Werte liegen maximal 5 % unter denen des Modells I.

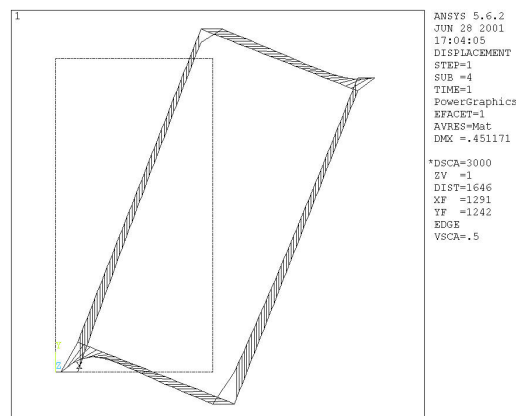


Abb.3-22: Modell- und VM-Verformung (überhöht) für $a_1 = 50 \text{ mm}$

Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt vergrößern sich bei Änderung des VM-Abstandes von $a_1 = 25 \text{ mm}$ auf $a_1 = 125 \text{ mm}$ um das 3,2fache. Die Verformungen liegen ca. 10 % über den Werten des Modells I.

Nichtlineares Nageltragverhalten

Bei steifen Rippen ist der Lastabtrag von den Rippen in die Beplankung über die einzelnen Verbindungsmittel wegen der möglichen Rippendehnung nicht konstant. Ein Plastizieren der Nägel erfolgt deshalb nicht gleichzeitig bei einem Lastschritt. Somit haben die Last-Verformungskurven keine großen Krümmungsänderungen und entsprechen tendenziell denen von Modell II nach Abb.3-19. Das Modell III ist auch im nichtlinearen Zustand steifer als das Modell II, aber weniger steif als das Modell I.

Um die Modelle bei nichtlinearem Tragverhalten der Nägel zu vergleichen, wird wieder die Verformung der Modellvariante mit $a_1 = 250$ mm am Lasteinleitungspunkt bei Erreichen des Grenzwertes der Tragfähigkeit verglichen. Die Modellvariante verformt sich am Lasteinleitungspunkt um 2,0 mm, bis sie ihre Tragfähigkeit erreicht hat. Aufgrund der Kontaktstöße ist das Modell III damit erheblich steifer als das Modell II (2,7 mm). Die gelenkigen Anschlüsse des Modells I verhindern, neben der gegenseitigen vertikalen Verschiebung der Rippen wie beim Modell III, auch das gegenseitige horizontale Verschieben der Rippen. Dadurch ist die Verformung beim Modell I mit 1,7 mm von allen Modellen am geringsten. Das Verhindern einer vertikalen Verschiebung der Rippen gegeneinander hat somit größeren Einfluss auf das Verformungsverhalten der Modelle als die Verhinderung einer gegenseitigen horizontalen Verschiebung der Rippen gegeneinander.

3.1.7 Modell IV mit starren Rippen

Die M- und Q-Verläufe entsprechen denen von Modell III. Modell IV weist geringere Maximalwerte auf. Diese unterscheiden sich bei kleinem VM-Abstand um höchstens 25 % von denen des Modells III. Bei großem Abstand divergieren die Werte noch weniger. Die Schub- und Hauptspannungen der Beplankung weichen um +15 % von den Werten des Modells III ab.

Die maximalen Nagelbeanspruchungen liegen bis zu 10 % unter denen des Modells III. Beispielsweise beträgt die maximale VM-Kraft $V_{max} = 49,9$ N, mit $V_{\perp} = 31,7$ N und $V_{\parallel} = 38,5$ N für einen VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm. Sie liegt damit ca. 20 % über der des Modells I.

Die Verformungen sind auch bei diesem Modell fast ausschließlich von den VM-Abständen abhängig. Der steife Kontaktstoß führt bei diesem Modell zu einer Erhöhung der Verformung von maximal 2 % gegenüber dem Modell III.

3.1.8 Modell IV mit steifen Rippen

Die Rippenbeanspruchungen infolge Biegung und Querkraft sind um maximal 8 % geringer als die des Modells III. Die übrigen Beanspruchungen des Modells entsprechen weitgehend dem Modell III bei Ansatz steifer Rippen. Das Modell IV weist ein kaum weiches Tragverhalten auf als das Modell III. Bei den Verformungen ergeben sich Differenzen von nur 1 % bis 2 % gegenüber dem Modell III.

3.2 Trapezförmige Tafeln

Die aus der horizontalen Lasteinleitung (LE horizontal) resultierenden Beanspruchungen der Bauteile werden nachfolgend dargestellt. Entsprechend Kap. 2.7.4 ist es erforderlich die Last analog Abb.3-23 rechts aufzuteilen und parallel zu den Rippen (LE //) einzuleiten. Aufgrund der Rippenverbindungen ergeben sich beim Modell I keine Unterschiede an Beanspruchungen infolge der unterschiedlichen Lasteinleitungen.

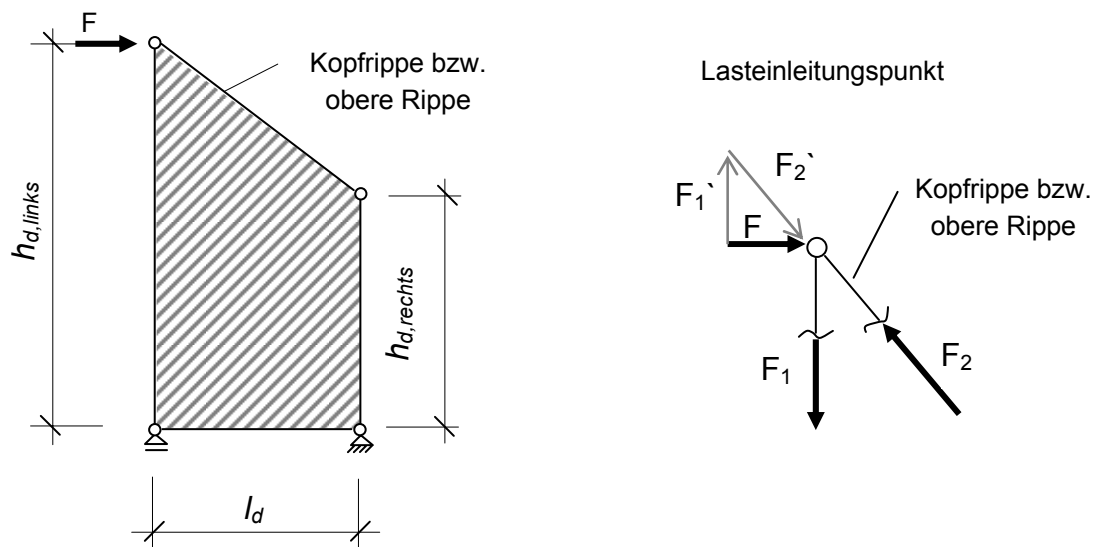


Abb.3-23: Aufteilung der Last F beim Modell I für horizontale LE und LE parallel zu den Rippen

Für die Untersuchung von trapezförmigen Tafeln werden drei unterschiedliche Tafelgeometrien verwendet. Für die Höhe der rechten Tafelseite $h_d = h_{d,rechts}$ in Abb.3-23 werden 2000 mm, 1500 mm und 1000 mm angenommen. Die Länge l_d der Tafel und die Höhe $h_{d,links}$ der linken Tafelseite entsprechen denen der Rechtecktafel.

3.2.1 Modell I mit starren Rippen

Aus der gelenkigen Verbindung der Rippen im Lasteinleitungspunkt folgt, dass die LE der Tafel ausschließlich in Richtung der Rippenachsen erfolgt, wie in Abb.3-23 dargestellt.

Lineares Nageltragverhalten

Die Verläufe und maximalen Werte der Beanspruchungen der Rippen und der Beplankung der Modellvarianten von Modell I mit starren Rippen stimmen bei jeweils gleicher Tafelgeometrie trotz sich ändernder VM-Abstände stets überein. Abb.3-24

gibt den qualitativen Verlauf der Schnittgrößen von Modell I für alle Geometrien wieder. Die bei den rechteckigen Tafeln erarbeiteten Kenntnisse über die Auswirkungen der veränderten VM-Abstände auf die Beanspruchungen gelten auch für die trapezförmigen Tafeln. Der M-Verlauf ist nur noch in der Fußrippe tendenziell sinus- bzw. wellenlinienförmig, ansonsten ist der Verlauf „halbschlingen-“ bzw. „bauchförmig“. Im Vergleich zu Rechtecktafeln vergrößern sich die maximalen Biegebeanspruchungen bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm um den Faktor 2,4 und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um den Faktor 4,6. Die maximalen Werte der Querkraft nehmen gegenüber der Rechtecktafel bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um den Faktor 3,3 zu.

Die größten Schubbeanspruchungen der Beplankung treten im mittleren Bereich der Scheibe auf. Im Hinblick auf die Rechtecktafeln verringern sich diese Beanspruchungen bei geringeren Tafelhöhen $h_{d,rechts} = 1000$ mm um 15%. Konzentrationen von Hauptdruck- und Hauptzugspannungen der Beplankung sind nicht vorhanden. Es bilden sich jeweils eine sehr breite Druck- und Zugstrebe. Die Beanspruchungen bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm erhöhen sich um 55 % gegenüber der Rechtecktafel.

Die Nagelbeanspruchungen sind bezüglich der Rippenlängsachsen nicht mehr symmetrisch. Bei dem Modell mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm beträgt für $h_{d,rechts} = 2000$ mm die maximale VM-Kraft $V_{max} = 50,9$ N, die sich aufteilt in $V_{\perp} = 45,8$ N und $V_{\parallel} = 22,1$ N. Im Vergleich zur Rechtecktafel ist dies eine Vergrößerung um 20 %. Die maximale VM-Beanspruchung für $h_{d,rechts} = 1000$ mm ist $V_{max} = 56,5$ N, mit $V_{\perp} = 55,2$ N und $V_{\parallel} = 11,9$ N. Sie liegt damit 30 % über der größten VM-Kraft der Rechtecktafel. Der Ort der maximalen Nagelkraft liegt am rechten Ende der Kopfrippe. Die Komponenten der Nagelkräfte, die parallel zu den Rippen wirken, sind konstant.

Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt betragen bei den verschiedenen Modellvarianten mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm für $h_{d,rechts} = 2000$ mm $u = 0,21$ mm, für $h_{d,rechts} = 1500$ mm $u = 0,17$ mm und für $h_{d,rechts} = 1000$ mm $u = 0,14$ mm. Je kürzer die rechte Randrippe ist, desto geringer sind die Verformungen am Lasteinleitungspunkt beim Modell I mit starren Rippen. Bei den jeweiligen Geometrien ist die Verformung allein abhängig von den VM-Steifigkeiten bzw. von den VM-Abständen. Die Gegenüberstellung der Verformungen der Rechtecktafeln mit denen der trapezförmigen Tafeln ergibt eine Verringerung bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm um 10 % und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um 40 % auf Seiten der trapezförmigen Tafeln.

Erfolgt die Einleitung der horizontalen Last F parallel zu den Rippen, bleiben die Beanspruchungen gleich, da die gelenkige Verbindung der Rippen keine Lastaufteilung auf die Kopfrippe und linke vertikale Rippe ermöglicht.

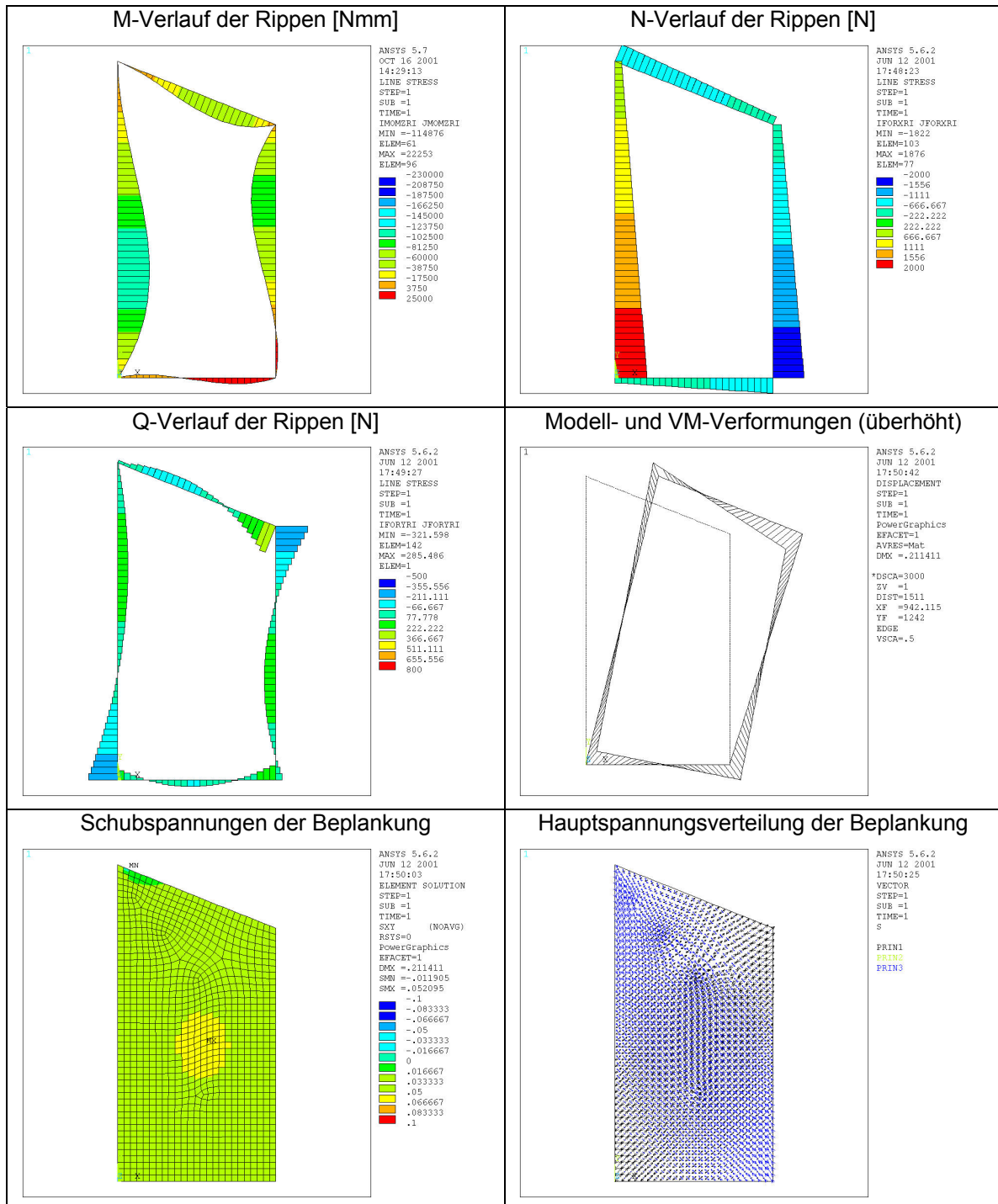


Abb. 3-24: Beanspruchungen und Verformungen von Modell I mit starren Rippen
für $a_1 = 50 \text{ mm}$ und $h_{d, \text{rechts}} = 2000 \text{ mm}$

Nichtlineares Nageltragverhalten

Für die im Rahmen dieser Arbeit gewählten Lasten weist das Modell I lineares Tragverhalten auf (vgl. Abb.3-25). Die VM-Steifigkeiten sind entsprechend groß und die Verformungen gering. Das Modell wird bei Verringerung der rechten Tafelhöhe noch steifer.

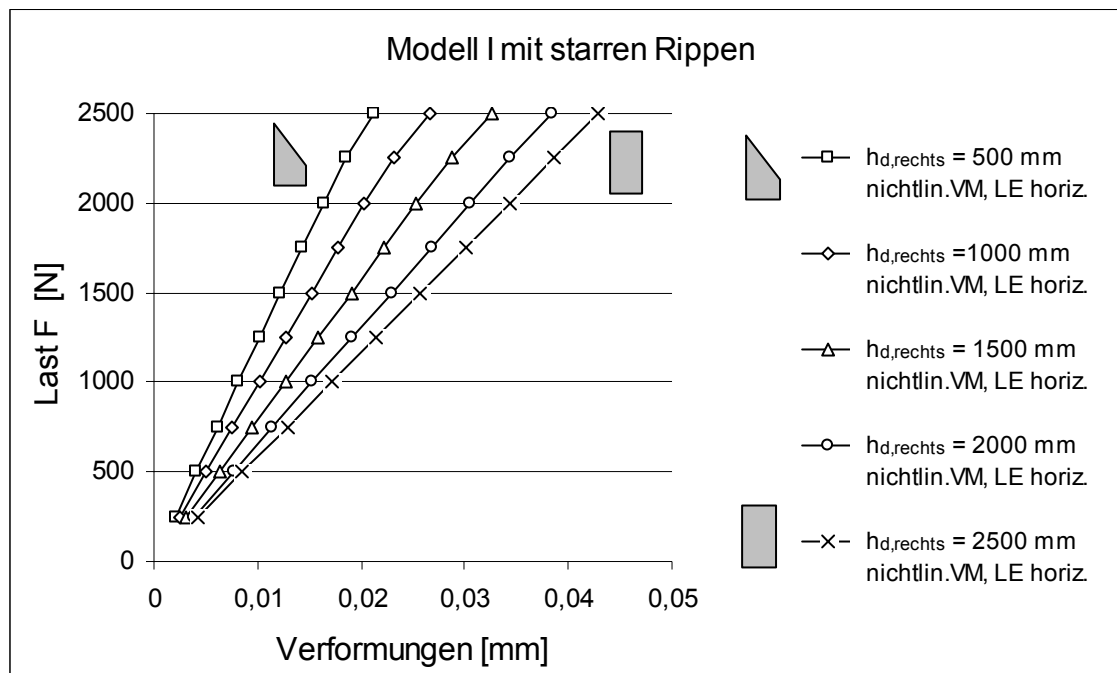


Abb. 3-25: Last-Verformungskurven für unterschiedliche Tafelgeometrien bei nichtlinearem VM-Trag-verhalten für $a_1 = 50$ mm

3.2.2 Modell I mit steifen Rippen

Lineares Nageltragverhalten

Verschiedene VM-Abstände führen bei jeweils gleicher Tafelgeometrie zu unterschiedlichen Verläufen und Maximalwerten der Beanspruchungen. Die Beanspruchungen aus M und Q verlagern sich für die Trapeztafel analog der Rechtecktafel. Bei VM-Abständen von $a_1 = 25$ mm und $a_1 = 125$ mm vergrößern sich die Beanspruchungen bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm ähnlich denen der Rechtecktafeln um das 1,4fache und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um das 2,4fache. Im Vergleich zur Rechtecktafel ergeben sich bei einer Änderung von $h_{d,rechts} = 2500$ mm auf 1000 mm Vergrößerungen der Beanspruchungen für $a_1 = 25$ mm um das 1,2fache und für $a_1 = 125$ mm um das 2,1fache. Die Momentenverläufe in Abb.3-26 sind entgegen denen des Modells mit starren Rippen nicht mehr „halbschlingenförmig“. Eine rechte Tafelhöhe von $h_{d,rechts} \geq 2000$ mm, also eine relativ flache Neigung der Kopfrippe, und ein großer

VM-Abstand führen zu einem Momentenverlauf, der dem einer rechteckförmigen Tafel entspricht. Bei einer flachen Neigung ist die Krümmung der Kopfrippe durch die Lasteinleitung noch nicht maßgebend für die Biegebemessung der Kopfrippe. Die Kopfrippe weist bei einer steileren Neigung nur noch Krümmungen entgegen der Beplankung auf. Die Modelle trapezförmiger Tafeln mit steifen Rippen weisen erheblich niedrigere Beanspruchungen auf als die Modelle mit starren Rippen. Es ergeben sich maximal nur noch 10% der Biege- und 30% der Querkraftbeanspruchungen gegenüber den maximalen Beanspruchungen der Modellen mit starren Rippen.

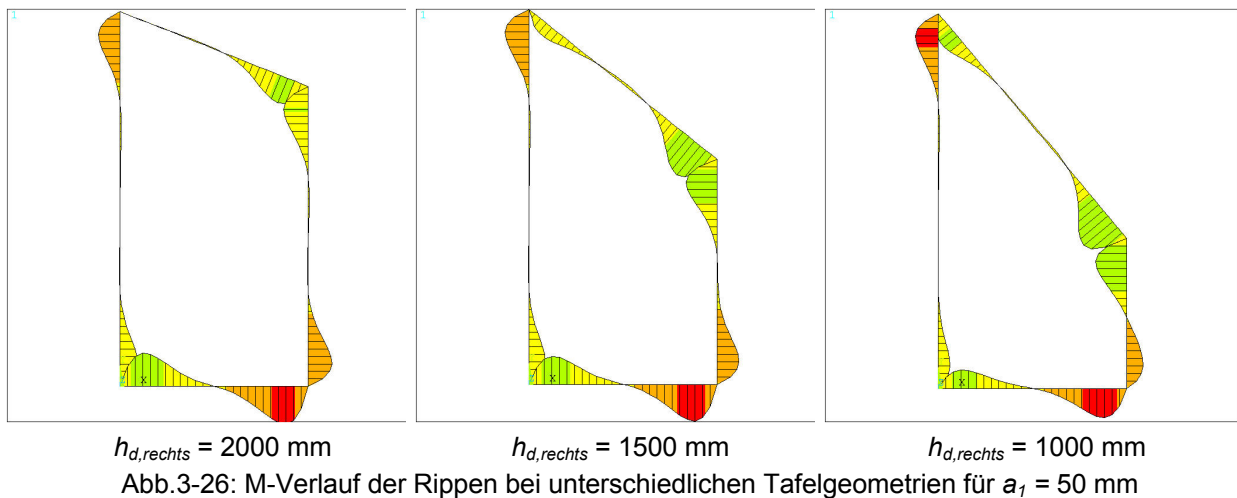
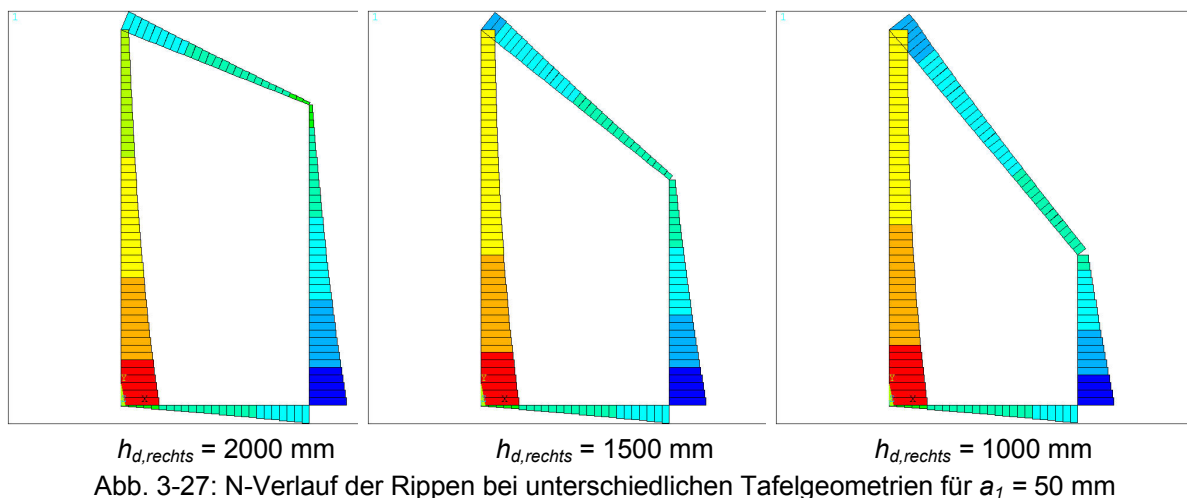
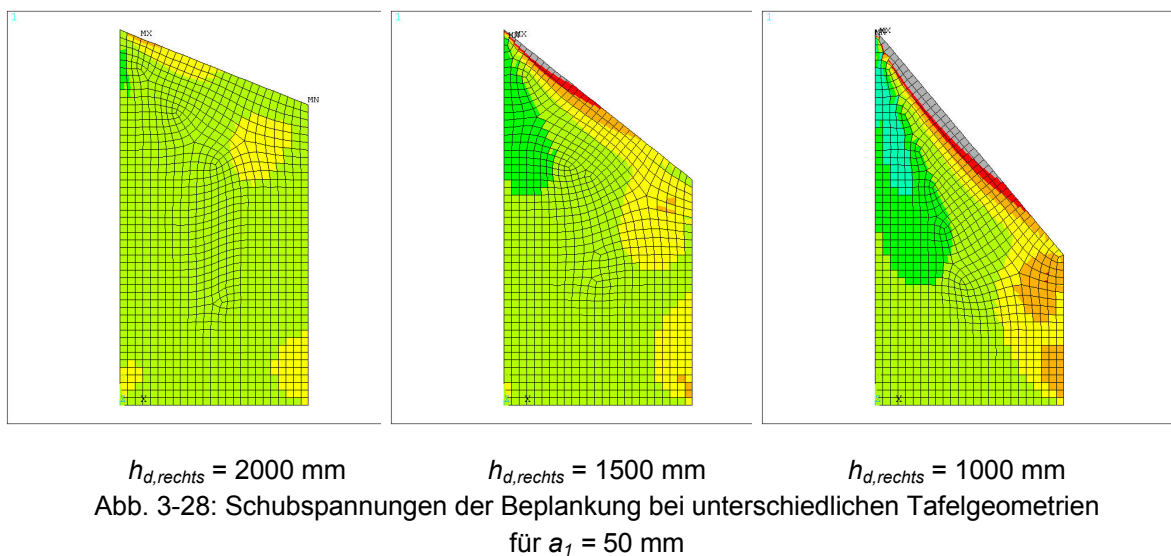


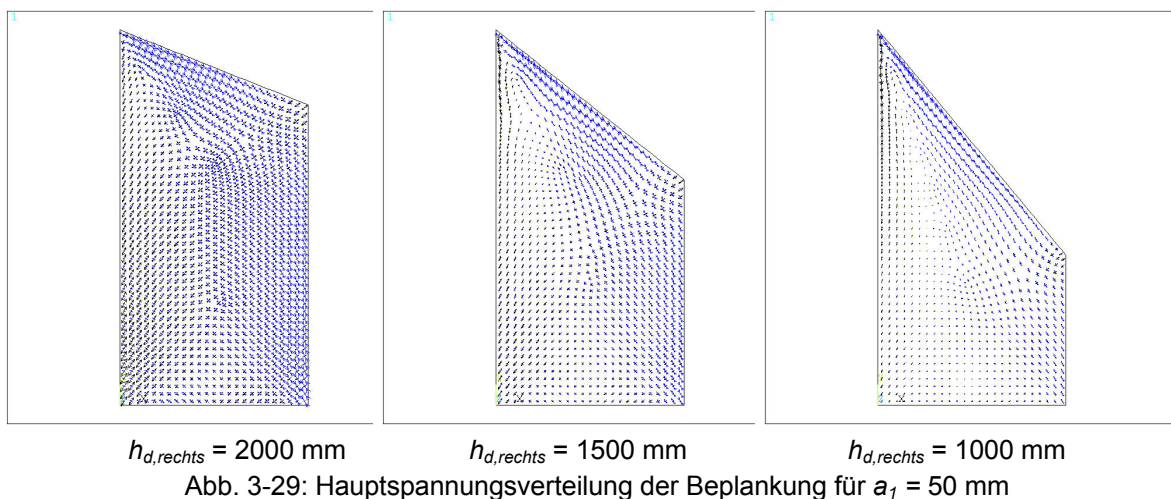
Abb.3-27 zeigt die nichtlinearen N-Verläufe, deren Nichtlinearität mit wachsender VM-Steifigkeit zunimmt. Je steiler die Neigung der Kopfrippe, desto konstanter ist der N-Verlauf der Rippen. Dieses gilt allerdings nicht für den Verlauf der Fußrippe.



Die größten Schubbeanspruchungen der Beplankung liegen in den Bereichen der Auflager und der Lasteinleitung. Die maximalen Werte finden sich am Lasteinleitungspunkt bei VM-Abständen von $a_1 = 25$ mm. Für $a_1 = 125$ mm verringern sich die Spannungen um 50 % bis 70 %. Eine Verkürzung der rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 2500$ mm auf 1000 mm ergibt eine Zunahme dieser Beanspruchungen für $a_1 = 25$ mm um den Faktor 6,5 und für $a_1 = 125$ mm um den Faktor 3,2. Der Vergleich mit Modellen mit starren Rippen ergibt bei einer geringen rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 1000$ mm eine Erhöhung der maximalen Schubbeanspruchungen für $a_1 = 25$ mm um das 11fache und für $a_1 = 125$ mm um das 3,3fache.



In Abb.3-29 sind die Hauptspannungsrichtungen der Beplankung dargestellt. Es sind die gleichen Verlagerungen gemäß der Rechtecktafel im Kap. 3.1.2 auszumachen.



Eine zunehmende Konzentration der Hauptspannung in Richtung der Rippe stellt sich auch bei Verkürzung der rechten Tafelhöhe ein (Abb.3-29). Ausgehend vom Lasteinleitungsbereich der Tafel, entlang der oberen sowie der rechten Rippe bis hin zum rechten Auflager, sind höhere Druckspannungsanteile zu erkennen. Es bildet sich somit keine markante Zugdiagonale aus.

Die Nagelbeanspruchungen der oberen Tafeleckpunkte sind bei $h_{d,rechts} \geq 1000$ mm geringer als die in den Auflagerbereichen. Abb.3-30 zeigt, dass die Nagelverformungen in den rechten Tafelecken größer sind als in den linken Ecken. Die Modellvariante mit $h_{d,rechts} = 2000$ mm und $a_1 = 50$ mm hat eine maximale VM-Kraft im unteren Eckbereich des horizontalen rechten Auflagers von $V_{max} = 76,4$ N ($V_{\perp} = 64,4$ N, $V_{\parallel} = 41$ N). Es sind hier bei geringen VM-Abständen kaum Vergrößerungen der maximalen VM-Kräfte gegenüber der Rechtecktafel zu verzeichnen.

Die Variante mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm und $h_{d,rechts} = 1000$ mm weist eine maximale VM-Kraft im rechten oberen Eckbereich von $V_{max} = 100,6$ N auf, die sich aufteilt in $V_{\perp} = 100,3$ N und $V_{\parallel} = 8,3$ N. Gegenüber der Rechtecktafel ist dies eine Vergrößerung um 40 %. Im unteren Eckbereich beträgt die maximale VM-Kraft $V_{max} = 88,1$ N ($V_{\perp} = 78$ N, $V_{\parallel} = 41$ N). Da die Richtungen der maximalen VM-Kräfte fast ausschließlich senkrecht zur Rippe verlaufen, sind diese Verbindungen von den Rippen an die Beplankung nur für ein geringes Lastniveau nachweisbar.

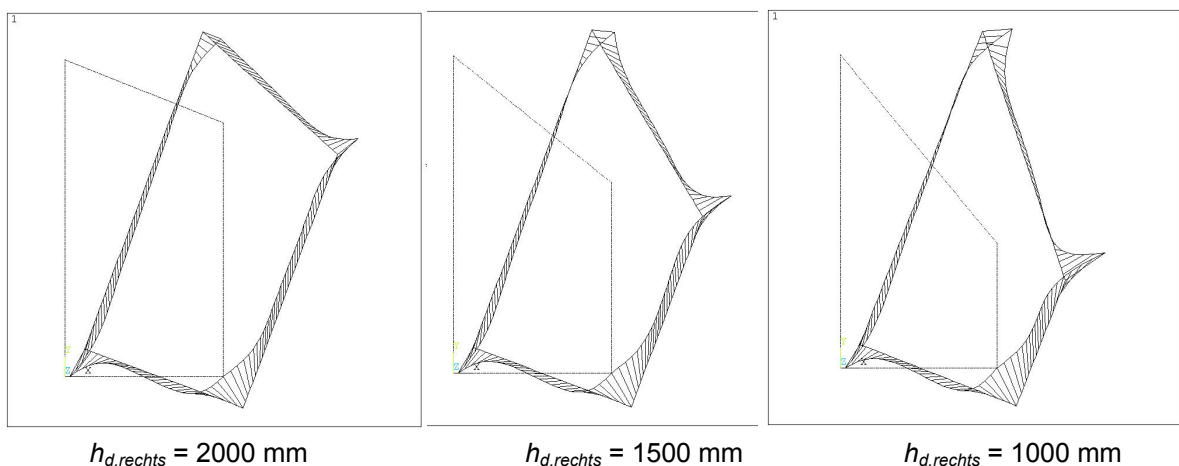


Abb. 3-30: Modell- und VM-Verformung (überhöht)

Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt haben bei den Modellen mit VM-Abständen von $a_1 = 50$ mm und bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm einen Wert von $u = 0,41$ mm, bei $h_{d,rechts} = 1500$ mm einen Wert von $u = 0,43$ mm und bei

$h_{d,rechts} = 1000$ mm einen Wert von $u = 0,46$ mm. Es ergeben sich somit kaum Vergrößerungen der Verformungen durch die Geometrieänderung. Im Gegensatz zu den Modellvarianten mit starren Rippen werden durch die Verkürzung der rechten Tafelhöhe die Verformungen am Lasteinleitungspunkt jedoch größer. Aufgrund der Vergrößerung des VM-Abstandes von $a_1 = 25$ mm auf 125 mm entstehen 3- bis 4fach größere Verformungen. Vergleicht man Tafeln von $h_{d,rechts} = 2500$ mm mit $h_{d,rechts} = 1000$ mm, vergrößern sich die Verformungen bei $a_1 = 25$ mm nur um 15 %; bei $a_1 = 125$ mm bleiben die Verformungen fast konstant. Es ergeben sich 2- bis 4-fach größere Verformungen gegenüber geometrisch vergleichbaren Modellvarianten mit starren Rippen.

Nichtlineares Nageltragverhalten

Das Modell wird bei einer Verringerung der rechten Tafelhöhe weicher. Dieses Verformungsverhalten steht im Gegensatz zum Verformungsverhalten der Modellvarianten bei Ansatz starrer Rippen.

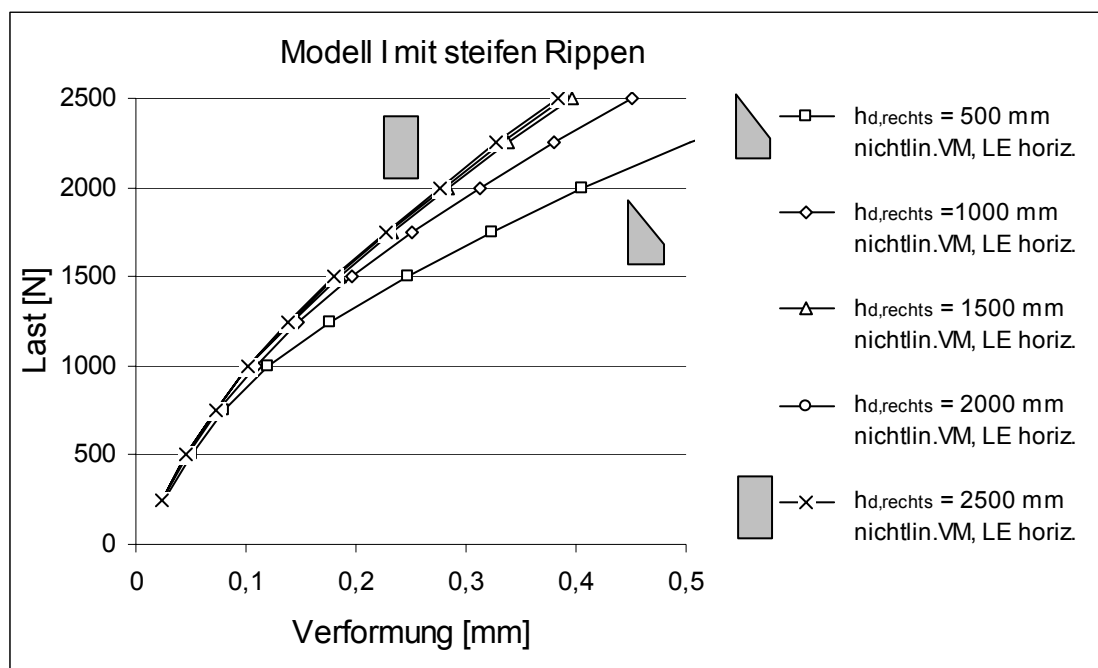


Abb. 3-31: Last-Verformungskurven für unterschiedliche Tafelgeometrien bei nichtlinearem VM-Trag-verhalten für $a_1 = 50$ mm

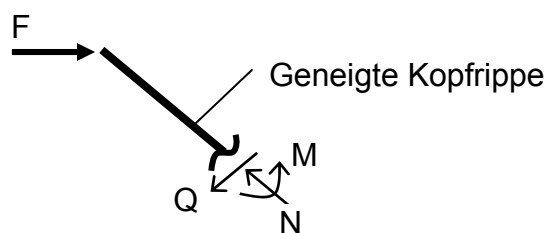
Die Verbindungsmittel plastizieren bei den Modellvarianten mit $h_{d,rechts} \leq 1000$ mm bei Lasten $F \geq 1000$ N und weisen ab dieser Last und Geometrie deutlich geringere Steifigkeiten auf. Deshalb ergeben sich in Abb. 3-31 für Lasten $F > 1000$ N zunehmend größer werdende Unterschiede der Kurvenverläufe. Bis zu der

aufgebrachten Last von 2500 N ergeben sich kaum Steifigkeitsunterschiede bei den Modellvarianten mit $h_{d,rechts} \geq 1500$ mm und einem VM-Abstand von 50 mm.

3.2.3 Modell II mit starren Rippen

Lineares Nageltragverhalten

Abb.3-32 zeigt beispielhaft die Beanspruchungsverläufe für die Modellvarianten mit starren Rippen bei horizontaler Lasteinleitung in die geneigte Kopfrippe.



Hier wird nur die Kopfrippe bzw. die obere geneigte Rippe infolge Biegung und Querkraft beansprucht. Zum Nachweis der Kopfrippe wird auf Kap. 2.7.4 verwiesen.

Die größten Schubbeanspruchungen der Beplankung treten vergleichbar dem Modell I mit steifen Rippen im Bereich der Kopfrippe auf. Bei einer Gegenüberstellung dieser Beanspruchungen der trapezförmigen Tafeln mit denen der Rechtecktafel vergrößern sich die Beanspruchungen der nichtsymmetrischen Tafeln bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm um das 2,2fache und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um das 6fache.

Die Hauptspannungen verlagern sich entsprechend dem Modell I mit steifen Rippen, so dass auch hier die Hauptspannungen im mittleren Bereich der Beplankung als unbedeutend anzusehen sind.

Bei dem Modell mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm beträgt bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm die maximale VM-Kraft $V_{max} = 60,3$ N ($V_{\perp} = 50,3$ N, $V_{\parallel} = 33,16$ N). Im Gegensatz zur Rechtecktafel ist dies eine Vergrößerung um Faktor 1,5. Bei Tafeln mit $h_{d,rechts} \geq 1500$ mm ist der Ort der maximalen Nagelkraft der Lasteinleitungspunkt. Maximale VM-Beanspruchung bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm ist $V_{max} = 105,3$ N. Dieser Wert stellt eine Vergrößerung der maximalen VM-Kraft um das 2,6fache bezüglich einer Rechtecktafel dar. Diese Kraft tritt an den Nägeln der kurzen rechten Rippe auf und wirkt parallel zur Rippe.

Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt betragen bei den Modellen mit VM-Abständen von $a_1 = 50$ mm und $h_{d,rechts} = 2000$ mm $u = 0,36$ mm und bei gleichem VM-Abstand aber $h_{d,rechts} = 1000$ mm $u = 0,52$ mm. Eine Verkürzung der rechten Tafelhöhe führt beim Modell II mit starren Rippen zu einer Vergrößerung der Verformungen am Lasteinleitungspunkt.

Im Vergleich zur Rechtecktafel ergibt sich bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm eine Vergrößerung um 20 % und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um 70 %. Ansonsten sind die Verformungen bei gleichbleibender Tafelgeometrie nur abhängig von den VM-Steifigkeiten bzw. VM-Abständen. Das Tragverhalten von Modell II stellt sich bei Verkürzung der rechten Tafelhöhe somit diametral zum Modell I bei Ansatz starrer Rippen ein.

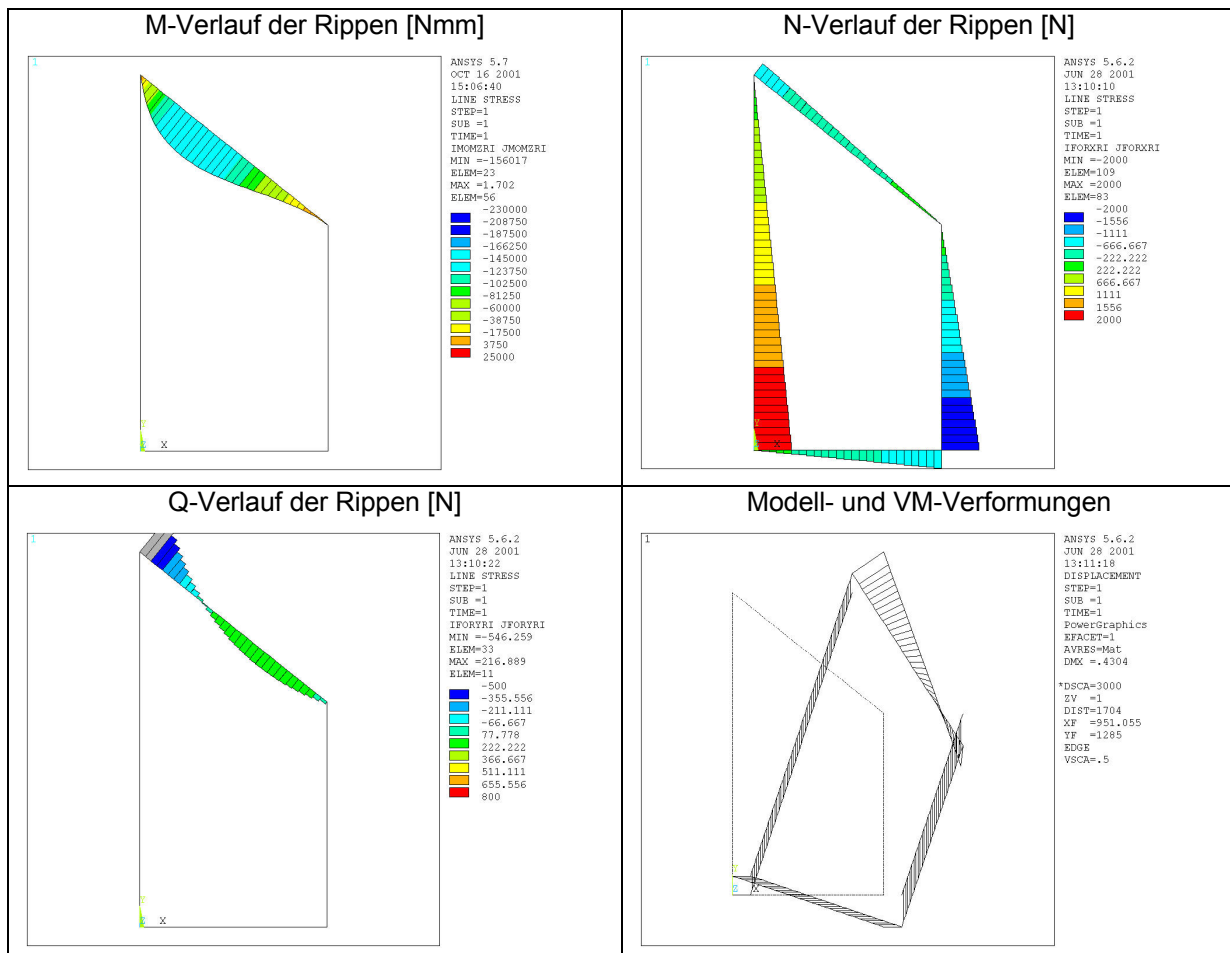


Abb.3-32: Beanspruchungen der Rippen und Verformungen von Modell II mit starren Rippen
für $a_1 = 50$ mm bei $h_{d,rechts} = 1500$ mm

Lasteinleitung parallel zu den Rippen

Die M- und Q-Beanspruchungen der Kopfrippen entfallen bei einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen. Die Normalkräfte der linken Rippe weisen in diesem Fall einen fast gleichmäßigen Verlauf auf. Die maximalen VM-Kräfte treten immer entlang der kurzen rechten Rippe auf. Die VM-Kräfte liegen 20 % unter den Kräften der Modelle mit horizontaler Lasteinleitung. Im Bereich der rechten Rippe liegen auch die maximalen Schubspannungen der Beplankung, die bei einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 1000$ mm nur 40 % und bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm nur 60 % jener Schubspannungen betragen, die sich für Modelle unter horizontaler Lasteinleitung ergeben. Die horizontale Verschiebung am Lasteinleitungspunkt der Kopfrippe liegt 20 % unter dem Wert, der aus einer horizontalen Lasteinleitung folgt. Das Modell hat bei dieser Lasteinleitung eine erheblich größere Tragfähigkeit, da die einzelnen Bauteile gleichmäßiger beansprucht werden.

Nichtlineares Nageltragverhalten

In Abb.3-33 erkennt man den schon in Kap. 2.2.3 beschriebenen Vorgang des Plastizierens der Verbindungsmittel für trapezförmige Tafeln (vgl. auch Abb.2-6).

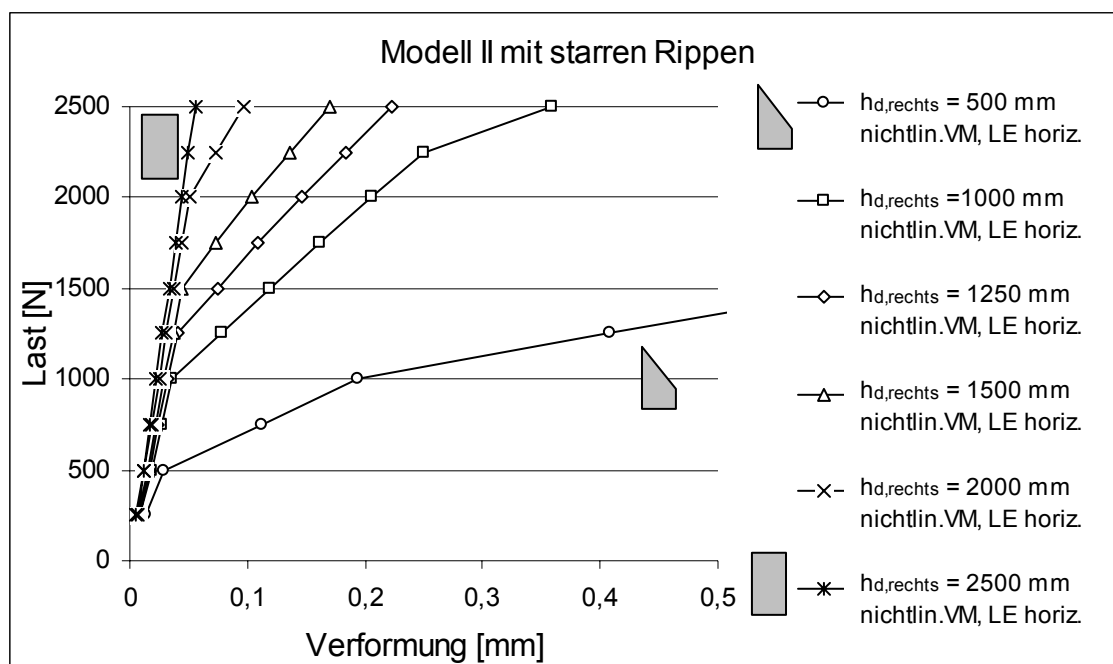


Abb.3-33: Last-Verformungskurven für unterschiedliche Tafelgeometrien bei nichtlinearem VM-Tragverhalten für $a_T = 50$ mm

Analog den Rechtecktafeln bedeutet jeder Knick der Kurven, dass für die Verbindungsmittel einer ganzen Rippe ein „weicherer“ Bereich der Lastverformungskurve, entsprechend Abb.2-4, gilt. Das Verbleiben der Tafel im

elastischen Bereich hängt allein von der Länge der rechten Randrippe ab. Im Hinblick auf die Modellvarianten mit linearem VM-Tragverhalten sind die Verformungsunterschiede von Modell II gegenüber dem Modell I sehr groß.

3.2.4 Modell II mit steifen Rippen

Lineares Nageltragverhalten

Die maximalen Werte der nur in der Kopfrippe auftretenden Beanspruchungen aus Momenten und Querkraften vergrößern sich, je nach Tafelgeometrie bei Änderung des VM-Abstandes von $a_1 = 25$ mm auf $a_1 = 125$ mm um den Faktor 1,7 bzw. 1,4. Der in Abb.3-34 dargestellte Momentenverlauf ist charakteristisch für alle Tafelgeometrien und VM-Abstände dieses Modells. Die Kopfrippe erfährt nur Krümmungen entgegen der Beplankung. Der unter Umständen maßgebende rechnerische Nachweis der Tafel bei diesem Modell für diese Lasteinleitung ist die Biegebemessung der Kopfrippe. Gegenüber Modell I vergrößern sich die maximalen Biegebeanspruchungen für $h_{d,rechts} = 2000$ mm um das 2fache für $h_{d,rechts} = 1000$ mm, je nach VM-Abstand um das 3- bis 4fache. In Bezug auf die Modellvarianten mit starren Rippen ergeben sich für das Modell mit steifen Rippen geringere maximale Beanspruchungen, die nur noch 15 % bis 35 % der Biegebeanspruchung und 50 % bis 75 % der Querkraftbeanspruchung betragen.

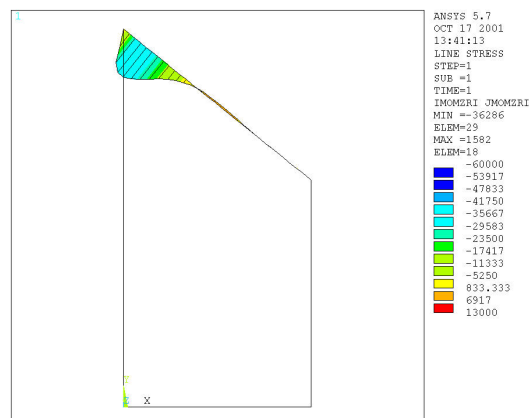


Abb.3-34: M-Verlauf der Rippen für $a_1 = 50$ mm bei $h_{d,rechts} = 1500$ mm

Die größten Schubbeanspruchungen der Beplankung sind im Lasteinleitungsbereich und im Bereich der Kopfrippe zu finden (Abb.3-35). Die maximalen Beanspruchungen bei den Modellvarianten mit $a_1 = 125$ mm betragen nur 70 % der Beanspruchungen von den Modellvarianten mit $a_1 = 25$ mm. Bei einer Änderung der rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 2500$ mm auf 2000 mm vergrößern sich die Beanspruchungen um das 3,5fache. Die Verkürzung auf

$h_{d,rechts} = 1000$ mm ergibt sogar eine 20fache Vergrößerung der Schubbeanspruchungen.

Die Schubspannungen der Beplankung steigern sich bei Ansatz von steifen Rippen. Der Unterschied der Schubspannungen zu den Modellen mit starren Rippen beträgt bei einer geringen rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 1000$ mm für $a_1 = 25$ mm das 6fache und für $a_1 = 125$ mm das 4,2-fache. Gegenüber dem Modell I ergeben sich hier erheblich größere Spannungen, die für die genannten VM-Abstände 2- bis 7mal so groß sind.

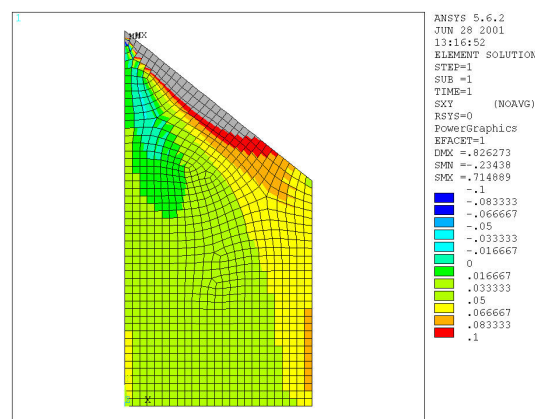


Abb.3-35: Schubspannungen der Beplankung, $a_1 = 50$ mm, $h_{d,rechts} = 1500$ mm

In Abb. 3-36 sind die Hauptspannungen der einzelnen Elemente der Beplankung dargestellt. Die Druckanteile sind blau und die Zuganteile schwarz dargestellt. Das Bild ist trotz der jetzt nicht mehr vorhandenen Rippenanschlüsse fast identisch mit Abb.3-29. Die Beplankung wird bei diesem Modell II allerdings weitaus mehr beansprucht als beim Modell I.

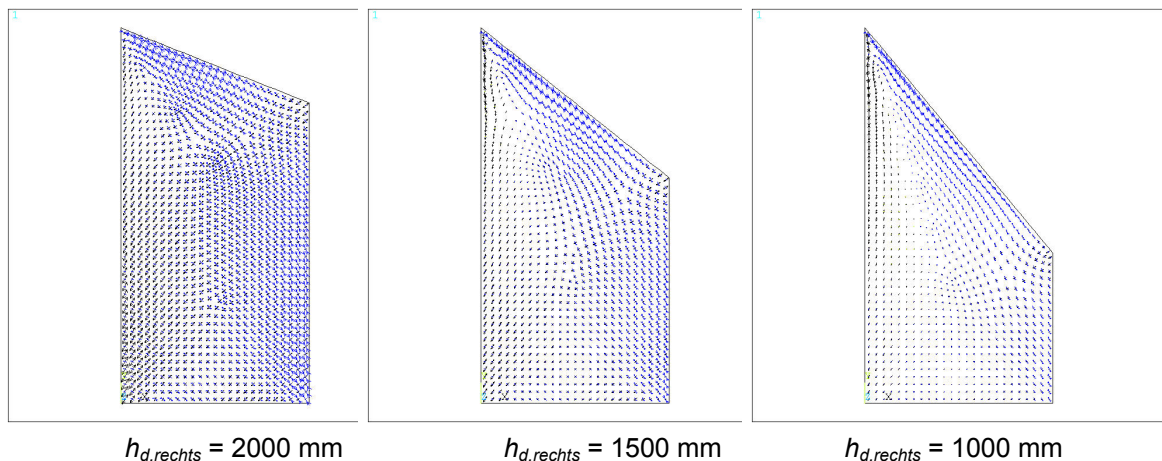
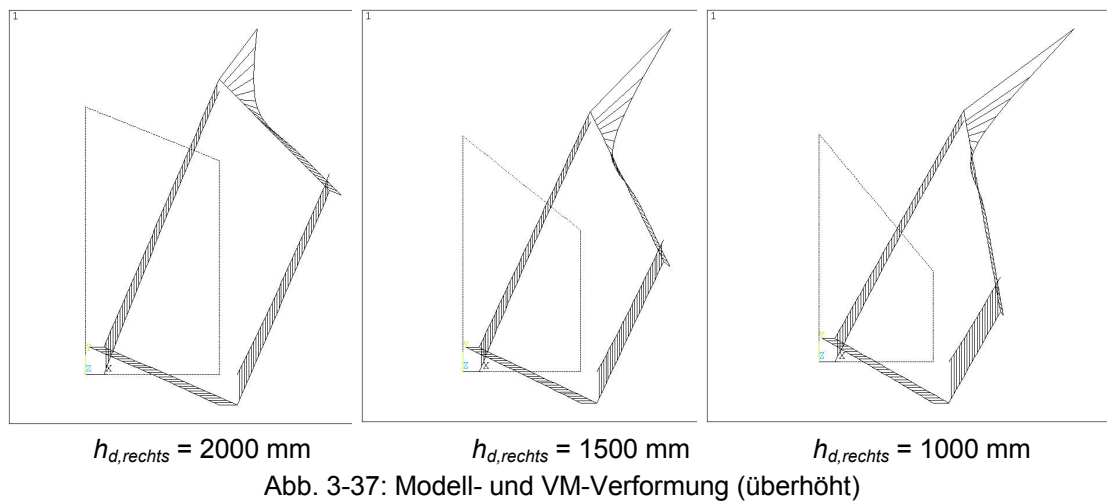


Abb. 3-36: Hauptspannungsverteilung der Beplankung für $a_1 = 50$ mm

Abb.3-37 zeigt, dass für alle untersuchten Tafelgeometrien die maximalen Nagelverformungen im Lasteinleitungsbereich liegen. Bei den Modellvarianten mit einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm ist die maximale VM-Kraft bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm $V_{max} = 153,1$ N ($V_{\perp} = 147,8$ N, $V_{\parallel} = 40,1$ N). Dies bedeutet eine Vergrößerung um das 2,3fache im Vergleich zur Rechtecktafel. Die Variante mit einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 1000$ mm weist an dieser Stelle $V_{max} = 392,9$ N auf, wobei $V_{\perp} = 392,2$ N und $V_{\parallel} = 23,0$ N. Dies bedeutet eine 6fache Vergrößerung gegenüber einer vergleichbaren Rechtecktafel.



Die maximalen VM-Kräfte der Modellvarianten mit $a_1 = 125$ mm betragen das 3fache der VM-Kräfte der Modellvarianten mit $a_1 = 25$ mm. Mit Bezug auf die Modellvarianten mit starren Rippen nehmen die VM-Kräfte für $a_1 = 25$ mm um das 4,5-fache und für $a_1 = 125$ mm um das 3,2-fache zu. Die maximalen VM-Kräfte bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm weisen hier das 2fache und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm das 3- bis 4fache der maximalen Werte vom Modell I auf.

Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt betragen für VM-Abstände von $a_1 = 50$ mm bei den Modellen mit $h_{d,rechts} = 2000$ mm $u = 0,59$ mm und für jene mit $h_{d,rechts} = 1000$ mm $u = 1,00$ mm. Es ergeben sich somit die gleichen Tendenzen wie beim Modell II mit starren Rippen. Wird die Tafelgeometrie beibehalten und nur der VM-Abstand von $a_1 = 25$ mm auf 125 mm vergrößert, so erhöhen sich die Verformungen bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm um das 3,2fache und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um das 3,6fache.

Der Vergleich einer Rechtecktafel mit einer trapezförmigen Tafel mit $h_{d,rechts} = 1000$ mm ergibt eine maximale Vergrößerung der Verformungen um das

2,3fache. Gegenüber den Modellvarianten mit starren Rippen sind die Verformungen für $a_1 = 25$ mm um maximal das 2,3fache und für $a_1 = 125$ mm um das 1,6fache erhöht. Das Modell II hat bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm ca. die 2fachen Verformungen bezüglich Modell I.

Lasteinleitung parallel zu den Rippen

Die Lasteinleitung parallel zu den Rippen hat auf die M-, Q-, und N-Beanspruchungen die gleichen Auswirkungen wie auf das Modell mit starren Rippen. Die maximalen VM-Kräfte liegen auf der rechten vertikalen Rippe im Bereich des Auflagers. Die Werte der VM-Kräfte liegen für $h_{d,rechts} = 2000$ mm 20 % und für $h_{d,rechts} = 1000$ mm 50 % unter den Werten der Modelle mit horizontaler Lasteinleitung. Die maximalen Schubspannungen halbieren sich bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm und betragen bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm nur 10 % der maximalen Schubspannung der Modelle mit horizontaler Lasteinleitung.

Hieraus folgt, dass die Beanspruchbarkeit der untersuchten Tafeln bei horizontaler Lasteinleitung abhängig ist von der Größe der Rippenbiegung und den Nagelkräften der geneigten Kopfrippe. Bei der Lasteinleitung parallel zu den Rippen ist die Beanspruchbarkeit der Tafel von der Höhe der Nagelkräfte entlang der rechten Rippe und damit von der Länge der rechten Tafelhöhe abhängig. Eine einfache Abschätzung der Tafeltragfähigkeit durch Addition der VM-Tragfähigkeiten der kurzen rechten Rippe wird durch die Lasteinleitung parallel zu den Rippen ermöglicht.

Nichtlineares Nageltragverhalten

Das Modell wird bei Verringerung der rechten Tafelhöhe jetzt erheblich weicher (Abb. 3-38). Die Verbindungsmittel der Modellvariante mit $h_{d,rechts} = 500$ mm beginnen bereits ab $F \geq 500$ N zu plastizieren.

Die Verbindungsmittel der rechten kurzen Rippe müssen die Auflagerkraft von $2 \cdot F$ aufnehmen. Je kürzer diese Rippenlänge ist, desto höher sind die VM-Beanspruchungen. Beim Modell I werden diese Beanspruchungen z.T. auf die obere geneigte und die Fußrippe verteilt, so dass die Nägel der rechten Randrippe weniger beansprucht werden. Vergleicht man die Verformungen der oben genannten Modellvariante für eine Last $F = 1500$ N mit dem Modell I (Abb.3-31), so ergeben sich aus diesem Grund für das Modell II 5fach so große Werte.

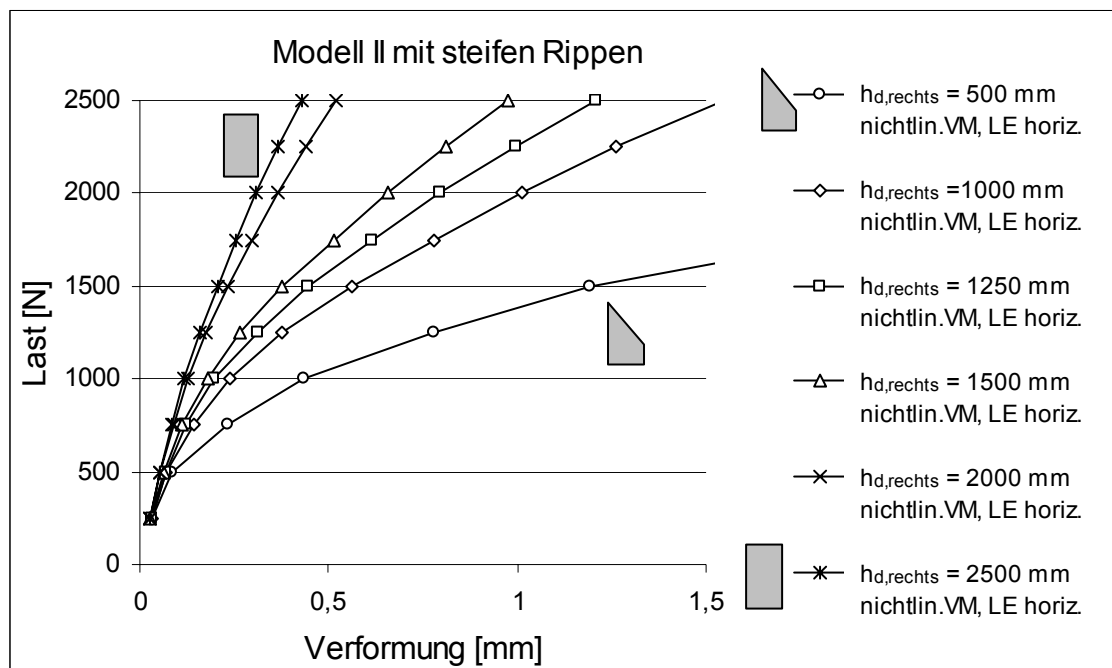


Abb. 3-38: Last-Verformungskurven von unterschiedlichen Tafelgeometrien bei nichtlinearem VM-Tragverhalten für $a_1 = 50$ mm

3.2.5 Modell III mit starren Rippen

Die größte Biegebeanspruchung der Koprippen tritt nicht mehr in der Nähe des Kontaktstoßes auf, sondern verlagert sich aufgrund der horizontalen Lasteinleitung zum Lasteinleitungspunkt. Der entsprechende M-Verlauf ist in Abb.3-39 dargestellt. Der Unterschied zur Rechtecktafel ist bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm eine Vergrößerung der maximalen Biegebeanspruchungen um den Faktor 3,5 und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um den Faktor 9. Mit Bezug auf die Rechtecktafel ist bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm eine Vergrößerung der Q-Beanspruchungen um den Faktor 2,3 und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um Faktor 3,8 auszumachen. Die rechte und die obere geneigte Rippe erhalten durch den Kontaktstoß der Rippen Beanspruchungen aus Normalkraft, so dass sich der in Abb.3-39 dargestellte N-Verlauf ergibt. Die größten Schubbeanspruchungen der Beplankung ergeben sich im Bereich der Koprippe und vergrößern sich im Vergleich zur Rechtecktafel bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm um den Faktor 1,3 und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um den Faktor 2,2.

Bei der Modellvariante mit $h_{d,rechts} = 2000$ mm und einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm beträgt die maximale VM-Kraft $V_{max} = 51$ N. Der Ort der maximalen Nagelkraft ist der rechte Endpunkt der Koprippe. Der Ort der maximalen Nagelkraft ändert sich für $h_{d,rechts} = 1000$ mm. Er liegt dann im Bereich des linken Auflagers. Die maximale VM-Beanspruchung beträgt dort $V_{max} = 52,5$ N und ist damit kaum größer als bei einer Rechtecktafel.

Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt haben bei den Modellen mit VM-Abständen von $a_1 = 50 \text{ mm}$ und bei $h_{d, \text{rechts}} = 2000 \text{ mm}$ einen Wert von $u = 0,28 \text{ mm}$ und bei $h_{d, \text{rechts}} = 1000 \text{ mm}$ einen Wert von $u = 0,27 \text{ mm}$. Die Verformungen bleiben trotz sich ändernder Geometrie fast identisch und sind wie zuvor beschrieben von der VM-Steifigkeit abhängig.

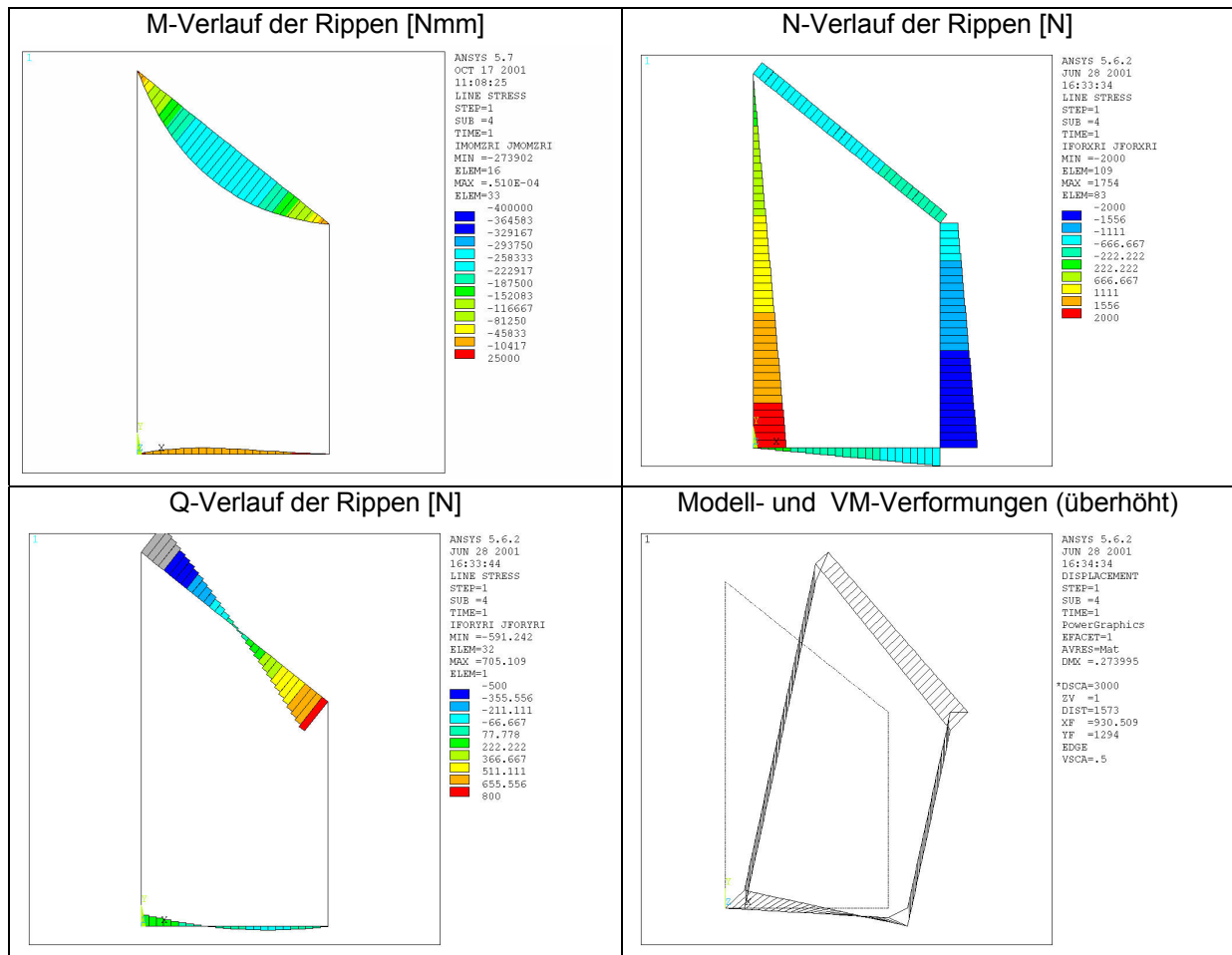


Abb.3-39: Beanspruchungen und Verformungen vom Modell III mit starren Rippen
für $a_1 = 50 \text{ mm}$ bei $h_{d, \text{rechts}} = 1500 \text{ mm}$

3.2.6 Modell III mit steifen Rippen

Auch bei diesem Modell sind bei horizontaler Lasteinleitung die Rippenbeanspruchungen im Lasteinleitungsbereich ausschlaggebend für die Tragfähigkeit der Tafel (vg. Abb.3-40). Die maximalen Beanspruchungen in diesem Bereich können unabhängig vom Modell II, III oder IV ermittelt werden, da die unterschiedlichen Rippenverbindungen bei den Modellen keinen Einfluss auf die Beanspruchungen in diesem Bereich haben. Deshalb entsprechen die Werte der

maximalen Beanspruchungen im Lasteinleitungsbereich denen des Modells II. Bei den Modellvarianten mit starren Rippen sind die Beanspruchungen der Modelle II und III nicht vergleichbar aufgrund des vorhandenen Kontaktstoßes. Die Biegebeanspruchungen des Modells III mit steifen Rippen betragen 10 % bis 20 %, die Querkraftbeanspruchungen betragen 40 % bis 55 % der maximalen Beanspruchungen der Modellvarianten mit starren Rippen.

Der Vergleich zur Rechtecktafel kann beim Modell II nicht vollzogen werden, da das rechteckige Modell II keine Rippenbiegungen aufweist. Beim Modell III ist ein Vergleich möglich und es vergrößern sich die maximalen Beanspruchungen bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm für $a_1 = 25$ mm um den Faktor 5 und für $a_1 = 125$ mm um den Faktor 6,3. Die maximalen Querkraftbeanspruchungen vergrößern sich für $a_1 = 25$ mm um den Faktor 3,3 und für $a_1 = 125$ mm um den Faktor 4,6 gegenüber der Rechtecktafel.

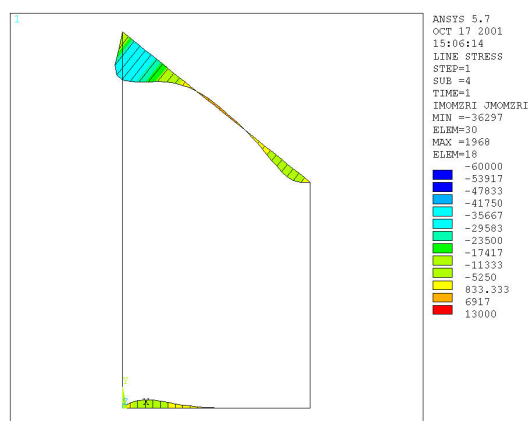
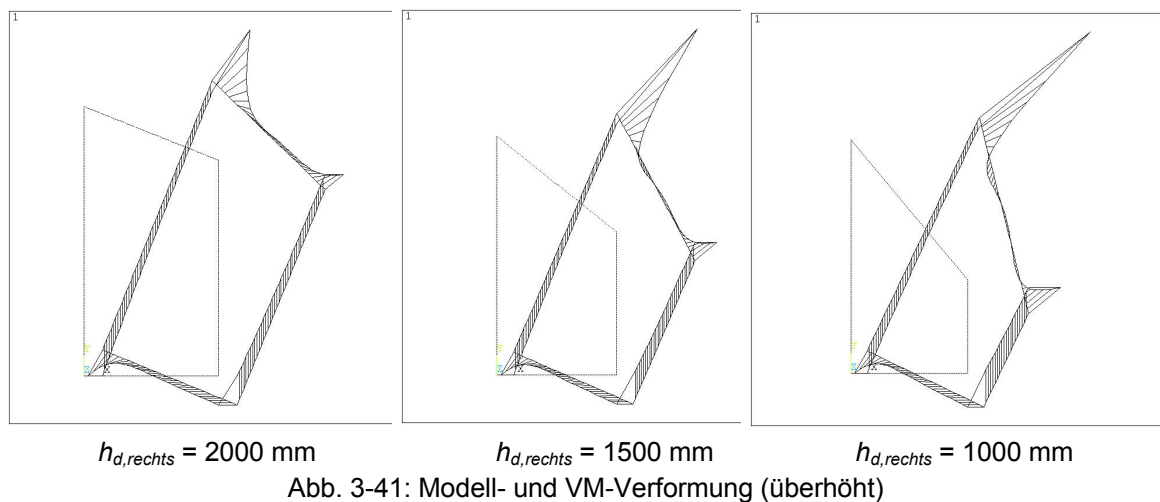


Abb. 3-40: M-Verlauf für $a_1 = 50$ mm und bei $h_{d,rechts} = 1500$ mm

Der Vergleich zu Modellvarianten mit starren Rippen ergibt bei einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 2000$ mm bei $a_1 = 25$ mm bis 125 mm eine Erhöhung der maximalen Schubbeanspruchungen um das 4- bis 3fache. Bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm ergibt sich eine Erhöhung der Schubbeanspruchungen bei $a_1 = 25$ mm bis 125 mm um das 17,5- bis 12fache.

Die maximalen VM-Kräfte sind auch mit Modell II vergleichbar. Das Verformungsbild entspricht jedoch nicht dem des Modells II (vgl. Abb.3-41 mit Abb.3-37). Tafeln mit $h_{d,rechts} = 1000$ mm haben gegenüber Rechtecktafeln 5,5-fach erhöhte VM-Kräfte. Gegenüber den Modellvarianten mit starren Rippen erhöhen sich die maximalen VM-Kräfte bei $h_{d,rechts} = 2000$ um das 2- bis 3fache und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um das 6- bis 8,5fache.



Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt sind etwas geringer als beim Modell II. Trapezförmige Tafeln mit $h_{d,rechts} = 1000 \text{ mm}$ weisen gegenüber Rechtecktafeln höchstens um das 2,1fach vergrößerte Verformungen auf. Der Vergleich zum Modell mit starren Rippen ergibt bei $h_{d,rechts} = 2000 \text{ mm}$ eine Erhöhung der Verformung um das 2,5- bis 1,7fache, jeweils bei $a_1 = 25 \text{ mm}$ bis $a_1 = 125 \text{ mm}$. Bei einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 1000 \text{ mm}$ und $a_1 = 25 \text{ mm}$ erfolgt eine Erhöhung um das 4fache und bei $a_1 = 125 \text{ mm}$ um das 2,8fache.

3.2.7 Modell IV mit starren Rippen

Es sind nur geringe Unterschiede bei den maximalen Beanspruchungen gegenüber dem Modell III auszumachen, die durch die steife und nicht starre Kontaktstoßausbildung entstehen. Die maximalen Werte der Rippenbeanspruchungen infolge Biegung und Querkraft liegen geringfügig unter denen des Modells III. Gegenüber den rechteckigen Tafeln fallen die Unterschiede zu den maximalen Momenten- und Querkraftbeanspruchungen der trapezförmigen Tafeln etwas größer aus. Allein durch den steifen Kontaktstoß ergibt sich für große VM-Abstände von $a_1 = 125 \text{ mm}$ jetzt eine Erhöhung der maximalen Beanspruchungen von höchstens 20% gegenüber den Beanspruchungen bei $a_1 = 25 \text{ mm}$. Die Verformungen am Lasteinleitungspunkt sind auch vergleichbar mit denen vom Modell III. Diese vergrößern sich jedoch im Gegensatz zum Modell III bei Verkürzung der rechten Tafelhöhe geringfügig.

Lasteinleitung parallel zu den Rippen

Bei einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen verringern sich die Biegebeanspruchungen für $a_1 = 25 \text{ mm}$ bis 125 mm um 50 % bis 40 % gegenüber den Beanspruchungen aufgrund der horizontalen Lasteinleitung. Die Bean-

spruchungen aus der Querkraft verringern sich um 30 % bis 20 %. Der Unterschied von den Werten der M-, Q-, τ - und VM-Beanspruchungen zwischen den beiden Arten der Lasteinleitungen verringert sich immer mehr, je weicher die Bettung zwischen Rippen und Beplankung ist. Die Beanspruchungen aus der Schubspannung in der Beplankung verringern sich bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm und $a_1 = 25$ mm um 20 % und für $a_1 = 125$ mm nicht. Bei einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 1000$ mm ergeben sich Verringerungen der Schubspannungen um 55 % bis 30 %. Die Werte der VM-Kräfte erhöhen sich bei einer parallelen Lasteinleitung für $a_1 = 25$ mm um 10 % und bei $a_1 = 125$ mm um 25 %.

Die horizontale Verschiebung am Lasteinleitungspunkt der Kopfrippe verringert sich unabhängig von der VM-Steifigkeit bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm um 10 % und bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm um 30 % gegenüber der horizontalen Lasteinleitung.

3.2.8 Modell IV mit steifen Rippen

Die Werte der maximalen Beanspruchungen aus Biegung, Querkraft, Normalkraft der Rippen und aus der Schubspannung der Beplankung sind mit denen des Modells III fast identisch. Es treten die gleichen Vergrößerungen bzw. Verkleinerungen durch Änderung der VM-Steifigkeit ein. Die Verformungen unterscheiden sich ebenfalls kaum von denen des Modells III.

Lasteinleitung parallel zu den Rippen

Die Lasteinleitung parallel zu den Rippen führt gegenüber der horizontalen Lasteinleitung, je nach Tafelgeometrie und VM-Steifigkeit, zu einer Reduzierung der Momenten- und Querkraftbeanspruchung um 50 % bis 75 %. Die Schubspannungen der Beplankung verringern sich hierbei um 50 % bis 85 %. Die VM-Kräfte reduzieren sich ebenfalls je nach Tafelgeometrie und VM-Steifigkeit auf diesem Niveau.

Die horizontale Verformung am Lasteinleitungspunkt der Kopfrippe ergibt bei $h_{d,rechts} = 2000$ mm und einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen eine 20 %ige Verringerung gegenüber der Verformung bei horizontaler Lasteinleitung. Bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm ergeben sich Reduzierungen um 40 % bis 50 % gegenüber der horizontalen Lasteinleitung.

3.2.9 Dreieckförmige und trapezförmige Tafeln mit $h_{d,rechts} \leq 1000$ mm

Aus den in Kap. 2.6 genannten Gründen ist es notwendig die Untersuchung von trapezförmigen Tafeln mit sehr kurzen rechten Tafelhöhen auch unter Zuhilfenahme des Kopplungselementes aus Kap. 2.1 durchzuführen. Hierzu werden die beiden Modellierungsarten aufgrund der berechneten Modellverformungen miteinander verglichen. In Abb.3-42 ist zu erkennen, dass die Modellierung anhand von Einzelfedern bei kürzeren Tafelhöhen zu größeren Verformungen führt als die Modellierung mit dem in Kap. 2.1 entwickelten Kopplungselement.

Die Elementkantenlänge bzw. die Aufteilung der Elemente bei der Modellierung der Tafel unter Zuhilfenahme des hier entwickelten Kopplungselementes wird so gewählt, dass die Verformungen eines rechteckigen Tafelmodells für beide Modellierungsarten identisch sind (vgl. Abb.3-42 bzw. Abb.3-43). Hierzu wird jede Rippe bei der Modellierung mit Kopplungselementen in vier gleich lange Elemente unterteilt.

Bei der Modellierung mit Einzelfedern werden die Rippen anhand von 25 (Kopf- und Fußrippe) bzw. 50 (vertikale Rippen) gleich langen Elementen mit einer Länge von 50 mm diskretisiert. Die Elementaufteilung für die Modellierungsart mit dem Kopplungselement wird bei den Berechnungen zu den trapezförmigen Modellen beibehalten, d.h. die Rippen werden in vier gleich lange Elemente aufgeteilt. Die Modelle mit Einzelfedern haben immer konstante Elementlängen, d.h. bei trapezförmigen Tafeln erhält die geneigte Rippe mehr und die rechte Rippe weniger Elemente.

Das Modell mit Einzelfedern besitzt somit bis zu einer Rippenlänge von 200 mm erheblich mehr Freiheitsgrade und kürzere Elementkantenlängen. Daher sind die zu erwartenden Bauteilverformungen fast keiner Richtungs- oder Formvorgabe unterworfen, die zwangsläufig zu kleineren Verformungen führen.

Abb.3-42 zeigt den prozentualen Unterschied der Modellierungsarten für unterschiedliche Tafelgeometrien. Bei den Berechnungen mit Modellen, die anhand von Einzelfedern aufgebaut wurden, treten bei Ansatz starrer Rippen ab einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} < 250$ mm numerische Instabilitäten auf. Bei Ansatz von steifen Rippen und ab einer Höhe von $h_{d,rechts} < 100$ mm ist nur noch ein Verbindungsmittel auf der rechten Rippe vorhanden. Durch die gelenkige Lagerung der Federelemente entsteht ab dieser Tafelhöhe eine kinematische Kette.

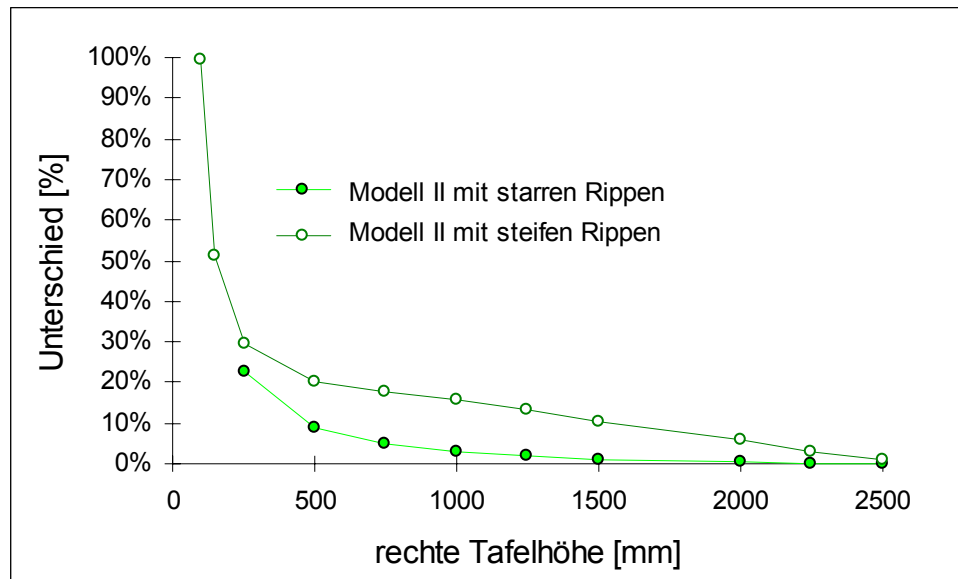


Abb. 3-42: Prozentualer Unterschied der Verformungen von Modellierungsarten bei dem Modell II für ungleiche Tafelgeometrien

Die Unterschiede der Verformungen am Lasteinleitungspunkt von der Modellierung mit Einzelfedern gegenüber der Modellierung mit dem Kopplungselement zeigt Abb.3-43.

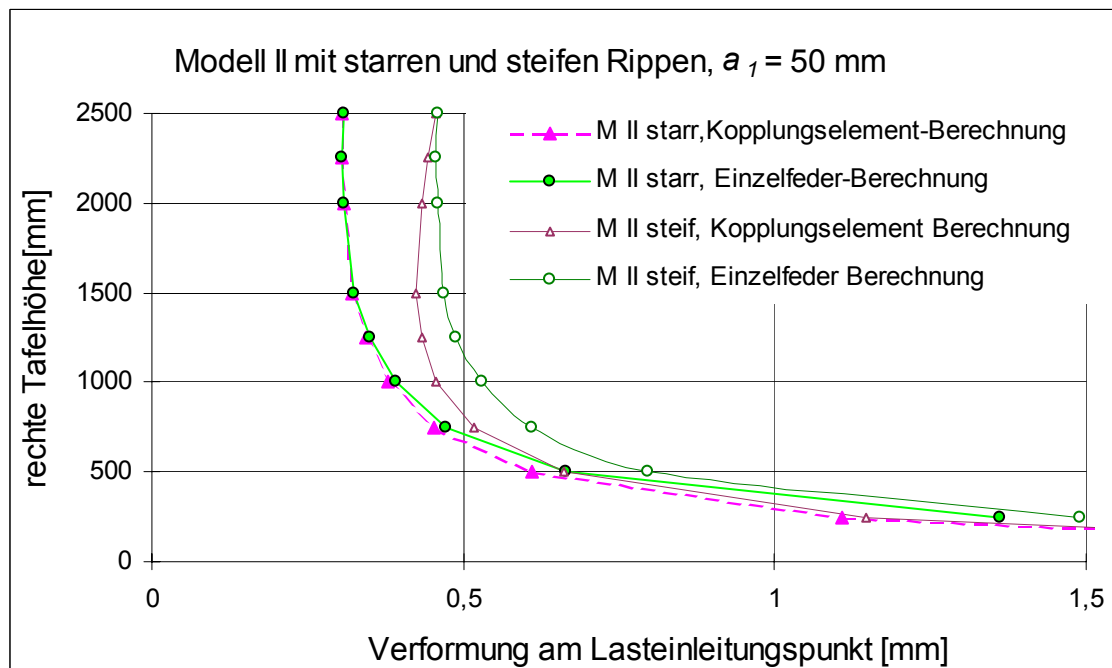


Abb.3-43: Modellverformungen bei unterschiedlichen Modellierungsarten und Tafelgeometrien

Für die Modellvarianten mit starren Rippen ergeben sich erst ab einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} \leq 1000$ mm und für Modellvarianten mit steifen Rippen ab $h_{d,rechts} \leq 2000$ mm signifikante Abweichungen.

Der Hauptgrund für die Unterschiede ist in der Anzahl der vorhandenen Federelemente in der rechten kurzen Rippe zu finden. Zum Beispiel weist die rechte Rippe bei einer Länge von 250 mm 4 Verbindungsmittel auf, die durch Federelemente simuliert werden. Die in den Ecken der Tafel vorhandenen Verbindungsmittel werden bei der Modellierung mit Einzelfedern der Kopf- bzw. Fußrippe zugeordnet (vgl. Kap. 2.3). Die Modellierung anhand des Kopplungselementes verschmiert die Federsteifigkeit bezogen auf den VM-Abstand entlang der Rippen ($250 \text{ mm} / 50 \text{ mm} = 5 \text{ VM}$), somit kommt es hier zu einer 1,25fach steiferen Bettung der Rippe. Nicht nur die größere Anzahl an Freiheitsgraden sondern auch diese bei extrem kurzen Rippen erhöhte Bettung der Rippen führt zu den dargestellten Unterschieden der beiden Modellierungsarten.

Für die Lasteinleitung parallel zu den Rippen zeigt Abb.3-44, dass ab einer Tafelhöhe von $h_{d,rechts} \leq 100$ mm sich zwischen den Modellvarianten mit steifen und starren Rippen die Verformung am Lasteinleitungspunkt lediglich um weniger als 1% unterscheidet. Für $h_{d,rechts} = 1$ mm beträgt die Verformung 255 mm bei der Modellierung der Tafel anhand des Kopplungselementes. Die Steifigkeit der Rippen hat also bei extrem kleiner rechter Tafelhöhe fast keine Auswirkungen auf das Verformungsverhalten der Tafel.

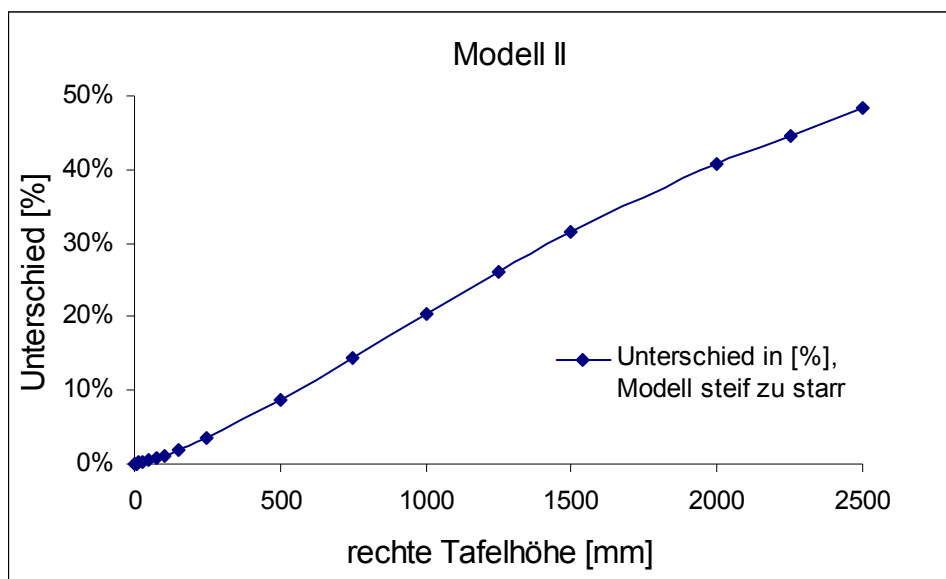


Abb.3-44: Prozentuale Unterschiede der Verformungen von Modellvarianten mit steifen und starren Rippen bei ungleichen Tafelgeometrien

In Abb.3-45 sind die Verformungswerte der Modellvarianten unter Einbeziehung der dreieckförmigen Varianten nach Abb.2-11 dargestellt. Die Berechnungen der dreieckförmigen Tafeln sind als Einzelergebnisse für eine rechte Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 0$ mm angeführt. Die Werte der Verformungen für die gewählten dreieckförmigen Tafelmodelle, die anhand von Einzelfedern modelliert wurden, weichen beim Modell II stark vom Kurvenverlauf der Werte für die trapezförmigen Tafelmodelle ab.

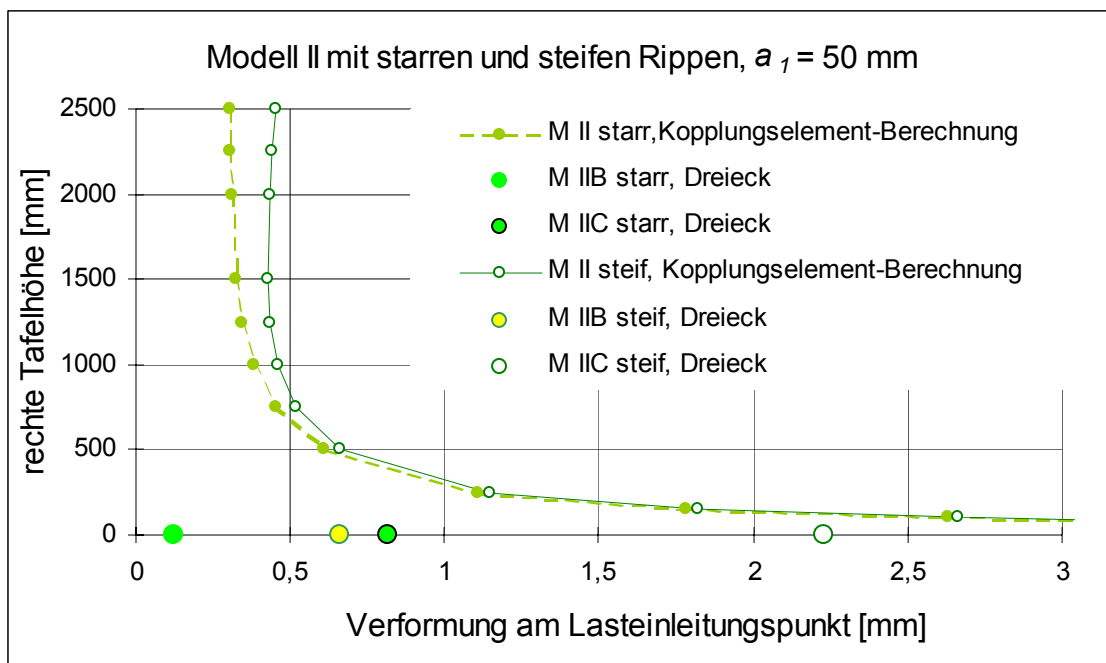


Abb.3-45: Verformungen des Modells II unter Einbeziehung der dreieckförmigen Modellvarianten

In Abb.3-46 sind die Verformungen des Modells I für verschiedene rechte Tafelhöhen dargestellt. Um die sehr großen Unterschiede an Modellsteifigkeiten bei kurzen rechten Rippen aufzuzeigen, werden die Ergebnisse von Modell II hier einbezogen.

Modell IA trägt die Last ausschließlich über die Rippen ab und hat unter Annahme starrer Rippen folgerichtig keine Verformungen und unter der Annahme steifer Rippen eine Verformung von 0,56 mm am Lasteinleitungspunkt. Die Verformungen des dreieckförmigen Modells IB führen die Tendenzen der Ergebnisse aus den Berechnungen der trapezförmigen Modellvarianten weiter. Die Nägel und die Beplankung werden jedoch nicht oder kaum beansprucht. Die Verformungen entstehen nur oder fast nur aus den Rippendehnungen und -biegungen.

Das dreieckförmige Modell IB unter Annahme starrer Rippen hat eine Verformung am Lasteinleitungspunkt von 0,04 mm und unter Annahme steifer Rippen von 0,69 mm für $a_1 = 50$ mm. Modellvarianten mit starren Rippen werden bei Verkürzung der rechten Tafelhöhe zunehmend steifer. Die Modelle mit steifen Rippen werden dagegen weicher. Die hier angegebenen Verformungswerte und die für rechteckförmige Tafeln aufgeführten Werte in Kap. 3.1 bilden somit die Verformungsgrenzen der trapezförmigen Modellvarianten des Modells I.

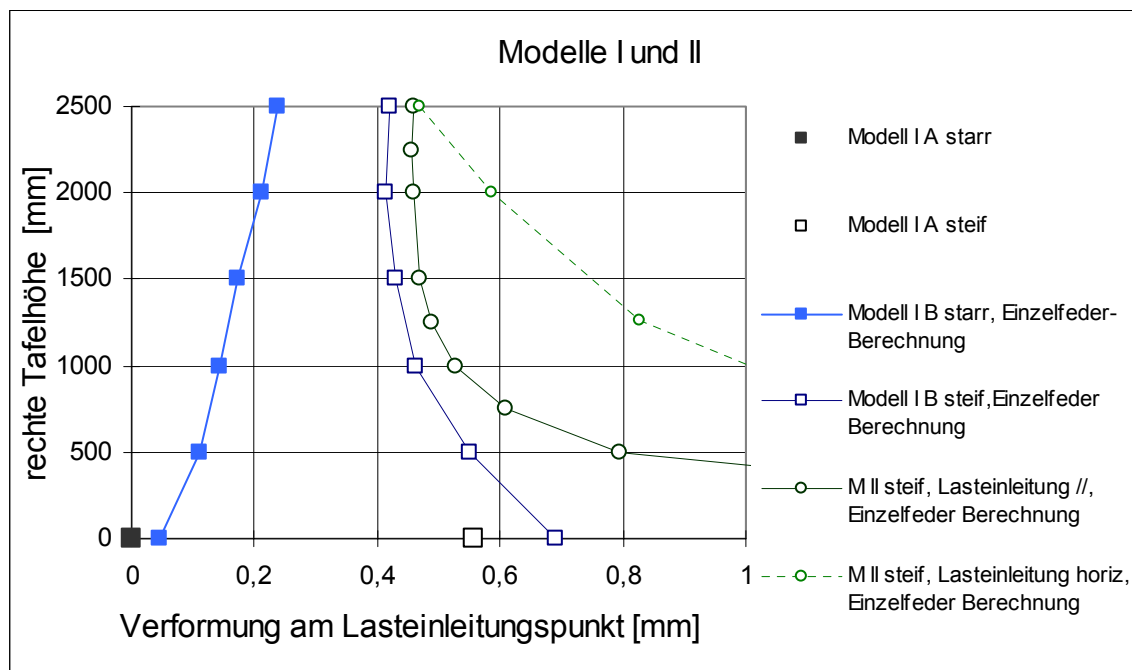


Abb.3-46: Verformungen von Modell I unter Einbeziehung der dreieckförmigen Modellvarianten

Die maximale VM-Kraft beim dreieckförmigen Modell I B bei Ansatz starrer Rippen beträgt für $a_1 = 50$ mm $V_{max} = 47$ N ($V_{\perp} = 46,6$ N, $V_{\parallel} = 5,8$ N) und wirkt fast ausschließlich senkrecht zur Rippenachse der geneigten Rippe. Die parallel zur Rippe wirkenden Kräfte sind wie immer konstant. Die maximalen Nagelbeanspruchungen ergeben sich in der geneigten Rippe am rechten unteren Auflager. Am Lastangriffspunkt ergibt sich für die geneigte Rippe eine VM-Kraft von $V = 7$ N.

Bei Ansatz steifer Rippen ergibt sich am rechten unteren Auflager der geneigten Rippe eine Nagelkraft von $V_{max} = 289$ N, die auch den größten Kraftanteil senkrecht zur Rippenlängsachse hat. Die Nägel sind somit aufgrund der Kraftrichtung und der gewählten Bauteilquerschnitte bei dem dreieckförmigen Modell nicht tragfähig.

Kapitel 4

Formänderungsenergie von Tafелеlementen

4.1 Gesamtpotential

Unter der Voraussetzung, dass die geleisteten Arbeiten Potenzialeigenschaften besitzen, d.h. vom Anfangs- und Endzustand abhängig sind, kann die Arbeit gespeichert und wiedergewonnen werden (*Dinkler, 1999*). Nach *Kröplin und Dinkler (1995)* enthält das Gesamtpotenzial Π die gespeicherten inneren Arbeiten als Formänderungsenergie Π_{innen} und das Doppelte der äußeren Arbeiten $A_{au\beta en}$ als Potenzial der Lage. Daraus folgt:

$$\Pi = -A_{innen} - 2 \cdot A_{au\beta en} = \Pi_{innen} - 2 \cdot A_{au\beta en} = \Pi_{innen} + \Pi_{au\beta en} \quad (4.1)$$

Nach *Stein (1999)* ist die Hälfte von $\Pi_{au\beta en}$, nämlich die potentielle innere Energie Π_{innen} , voll reversibel in den Bauteilen gespeichert. Die einzelnen Anteile dieser Formänderungsenergien werden im Folgenden für die untersuchten Modelle berechnet und analysiert. Die andere Hälfte, d.h. die gesamte potentielle Energie Π geht dem System bei Entlastung verloren. Dieser Potentialverlust stellt die negative sogenannte komplementäre Formänderungsenergie dar. Die komplementäre Formänderungsenergie ist gleich der komplementären äußeren Arbeit, die wiederum im Falle eines linearen Systems gleich der äußeren Arbeit und gleich der Formänderungsenergie ist. Man kann zeigen, dass die Verlustenergie in der statischen Gleichgewichtslage des Systems ein Minimum annimmt. Bei einer infinitesimalen Nachbarlage des Systems kann die Änderung der potentiellen Energie durch eine Taylorreihe ausgedrückt werden. Bricht man diese Reihe nach dem zweiten quadratischen Glied ab, so ergibt sich die Energiedifferenz

$$\Delta \Pi = \delta \Pi + \frac{1}{2} \delta^2 \Pi. \quad (4.2)$$

Da der Ausgangszustand eine Gleichgewichtslage sein soll, muss für ihn die erste Variation von Π verschwinden:

$$\delta \Pi = 0 \text{ (Gleichgewichtsbedingung)} \quad (4.3)$$

Hieraus ergibt sich ein algebraisches Gleichungssystem zur Bestimmung der Knotenverschiebungen und Knotenverdrehungen. Bei einer Gleichgewichtslage kann man nach stabilen, labilen und indifferenten Gleichgewichtszuständen unterscheiden. Dies hängt von dem Vorzeichen der zweiten Variation von Π ab.

4.2 Formänderungsenergieanteile

Im Gegensatz zur äußeren Arbeit wird die Formänderungsenergie (innere Energie) für unterschiedliche Beanspruchungsarten, wie Druck, Zug oder Biegung etc. durch unterschiedliche Gleichungen beschrieben. Treten in einem Tragwerk mehrere Beanspruchungsarten auf, so darf superponiert werden. Die innere Gesamtenergie ergibt sich durch Addition der einzelnen Anteile. Ist ein Tragwerk aus mehreren Teilen zusammengesetzt, so ergibt sich Π_{innen} aus der Summe aller in den einzelnen Teilen gespeicherten Energien. Für die hier untersuchten Modelle ergibt sich für die innere Energie Π_{innen} mit den Anteilen aus Beplankung, Rippen und Federn:

$$\Pi_{\text{innen}} = \Pi_{\text{Scheibe}} + \Pi_{\text{Balken}} + \Pi_{\text{Federn}} \quad (4.4)$$

Für das Gesamtpotential Π ergibt sich:

$$\Pi = \Pi_{\text{innen}} + \Pi_{\text{außen}} = \Pi_{\text{Scheibe}} + \Pi_{\text{Balken}} + \Pi_{\text{Federn}} + \Pi_{\text{Last}} \quad (4.5)$$

In Weggrößenschreibweise folgt für die einzelnen Anteile:

$$\begin{aligned} \Pi = & \sum_n \frac{1}{2} \cdot \frac{E \cdot t}{(1-\mu^2)} \iint_{xy} (u_{n,x}^2 + 2\mu \cdot u_{n,x} \cdot v_{n,y} + v_{n,y}^2 + \frac{(1-\mu)}{2} \cdot (u_{n,y} + v_{n,x})^2) dx dy + \\ & \sum_m \frac{1}{2} \cdot \int_l EI \cdot v_{m,xx}^2 dx + \sum_m \frac{1}{2} \cdot \int_l EA \cdot u_{m,x}^2 dx + \\ & \frac{1}{2} \sum_i (k_{ix} \cdot w_{ix}^2 + k_{iy} \cdot w_{iy}^2) - \\ & \sum F \cdot u_x \end{aligned} \quad (4.6)$$

Voruntersuchungen und bisherige Forschungen zeigen, dass bei nicht beulgefährdeten Beplankungen der Anteil der Beplankung unbedeutend ist und deshalb vernachlässigt werden kann.

Um die einzelnen Energieanteile auszuwerten, benötigt man die Federkräfte sowie die Momente und Normalkräfte der Rippelemente. Die Formänderungsenergieanteile aus den Querkräften der Rippen sind vernachlässigbar klein. Daher werden die Anteile aus den Schubverformungen der Rippen im Folgenden nicht berücksichtigt.

Für die Untersuchungen wurde eine große Anzahl an Berechnungen durchgeführt. Die Auswertung der Energieanteile erfolgte dabei mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms.

4.2.1 Anteile aus den Verbindungsmitteln

Die Energieanteile der linear-elastisch beanspruchten Verbindungsmittel werden aus den Federkräften und deren Steifigkeiten berechnet. Die Last-Verformungskurve der Feder ist linear: $F_i = k_i \cdot w_i$, wobei F_i die Federkraft, k_i die Federsteifigkeit und w_i die Federdehnung oder -stauchung darstellt. Die Formänderungsenergie der einzelnen Feder i ergibt sich zu:

$$\Pi_{Feder\ i} = \int_{w_{i,2}}^{w_{i,1}} F_i dw = \int_{w_{i,2}}^{w_{i,1}} k_i \cdot w_i dw = \frac{k_i \cdot (w_{i,2}^2 - w_{i,1}^2)}{2} \quad (4.7)$$

Wenn $w_{i,1} = 0$ und $w_{i,2} = w_i$ ergibt sich folgende innere Energie der Einzelfeder i

$$\Pi_{Feder\ i} = \frac{k_i \cdot w_i^2}{2}. \quad (4.8)$$

Summiert man die Energien aus den Federn einer Tafel auf und teilt diese in x- und y-Richtung der Rippen auf, ergeben sich für die inneren Energien aus den Federn:

$$2 \cdot \Pi_{Federn} = \sum_i (k_i \cdot w_i^2) = \sum_i (k_{ix} \cdot w_{ix}^2 + k_{iy} \cdot w_{iy}^2) \quad (4.9)$$

Zur automatisierten Auswertung der FE-Berechnungen werden jedoch die Schnittgrößen der Elemente benötigt. Mit Hilfe des Materialgesetztes erhält man:

$$2 \cdot \Pi_{Federn} = \sum_i \left(\frac{F_{ix}^2}{k_{ix}} + \frac{F_{iy}^2}{k_{iy}} \right) \quad (4.10)$$

Die einzelnen Werte der Federenergien werden aufaddiert und ergeben die Formänderungsenergieanteile der Verbindungsmittel. In der Untersuchung wird zwischen den Anteilen aus Federn parallel und senkrecht zu den Rippen unterschieden.

Bei nichtlinearen Federelementen wird mit Hilfe des entwickelten Iterationsverfahrens und eines daraus erwachsenen Rechenprogramms festgestellt, in welchem Bereich entsprechend Abb.2-4 und Tabelle 2.1 die Feder- bzw. Nagelkraft im jeweiligen Lastschritt liegt. Erst nachdem der Federweg jeder Einzelfeder berechnet worden ist, werden die Resultierende aus den Kräften in x- und y-Richtung berechnet. Anhand der „neuen“ Resultierenden wird dem Element eine neue Steifigkeit zugeordnet. Nach der Berechnung des gesamten Federweges aus allen Lastschritten kann der Energieanteil der Federn ermittelt werden.

4.2.2 Anteile aus Rippennormalkräften

Führt man die Beschreibung der Formänderungsenergie infolge Rippennormalkräften von der Weggrößenschreibweise auf eine Schreibweise mit Kraftgrößen zurück, erhält man

$$2 \cdot \Pi_{m;EA} = \int_0^{\ell} N \cdot \varepsilon \cdot dx . \quad (4.11)$$

Die Normalkräfte leisten Arbeit auf den Verzerrungen und hier somit auf den Dehnungen ε . Durch Einsetzen des Werkstoffgesetzes

$$u_{m,x} = \varepsilon = \frac{N}{EA} \quad (4.12)$$

erhält man die Formänderungsenergie infolge der Normalkraftbeanspruchung

$$2 \cdot \Pi_{m;EA} = \int_0^{\ell} \frac{N^2}{EA} dx . \quad (4.13)$$

Das verwendete Balkenelement hat lineare Ansatzfunktionen für die Längsver-schiebung. Daraus folgt, dass die Normalkraft konstant für jedes Rippelement ist. Das Elastizitätsmodul und die Querschnittsfläche sind konstant.

Nach Integration ergibt sich aus Gl. 4.11

$$2 \cdot \Pi_{m;EA} = \frac{N^2}{EA} \cdot \ell . \quad (4.14)$$

Dabei ist ℓ die Länge des einzelnen m -ten Rippelementes, die dem VM-Abstand entspricht.

4.2.3 Anteile aus Rippenbiegung

Beim Biegebalken leistet die Momentenbeanspruchung M auf der Krümmung κ Arbeit. Damit erhält man die Formänderungsenergie

$$2 \cdot \Pi_{m;EI} = \int_0^{\ell} M \cdot \kappa \cdot dx . \quad (4.15)$$

Durch Einsetzen des Werkstoffgesetzes

$$w_{m,x} = \kappa = \frac{M}{EI} \quad (4.16)$$

ergibt sich aus Gl 4.15

$$2 \cdot \Pi_{m;EI} = \int_0^\ell \frac{M^2}{EI} dx. \quad (4.17)$$

Das Balkenelement hat kubische Ansätze für die Querverschiebung. Daraus folgt, dass der Momentenverlauf über das Element linear verläuft. Das mittlere Moment M ist:

$$M = \frac{\|M_i\| - \|M_j\|}{2} + \begin{cases} \|M_i\| < \|M_j\| \Rightarrow M_i \\ \|M_j\| < \|M_i\| \Rightarrow M_j \end{cases} \quad (4.18)$$

Mit i und j als Bezeichnungen für Anfangs- bzw. Endknoten. Weil ein negatives Moment auf einer negativen Krümmung positive Arbeit leistet, muss mit Beträgen gerechnet werden.

4.2.4 Anteile aus Kontaktstößen

Die Energieanteile der Kontaktstöße werden analog den Anteilen der linearelastischen Verbindungsmittel berechnet. Wird der Kontaktstoß auf Zug beansprucht, ergeben sich keine Federkräfte und damit auch keine Energieanteile aus dem Kontaktstoß.

Kapitel 5

Untersuchung der Energieanteile

Um Aussagen über den Einfluss eines Tafelbauteils an der gesamten Tafelverformung machen zu können, müssen die Formänderungsenergien der Bauteile herangezogen werden. Sind die Größenordnungen dieser Energieanteile bekannt, lassen sich die hauptsächlichen Ursachen der Tafelverformung bestimmen.

5.1 Rechtecktafeln mit linearem Nageltragverhalten

Es werden die Formänderungsenergieanteile der einzelnen Bauteile von Tafeln in Abhängigkeit des VM-Abstandes und der Rippensteifigkeit untersucht. Wie in Kap. 2.3 beschrieben, bleibt in der FE-Simulation der VM-Abstand $a_1 = 50 \text{ mm}$ = konstant. Bei sich ändernden VM-Abständen wird somit nicht der VM-Abstand a_1 , sondern die VM-Steifigkeit k geändert. Bei der linearen Untersuchung wird eine horizontale Einheitslast von $F = 1000 \text{ N}$ in die Kopfrippe der Modelle eingeleitet. Die gesamte Formänderungsenergie und damit die äußere Energie für unterschiedliche statische Modelle ohne Berücksichtigung der Rippensteifigkeit zeigt Abb.5-1.

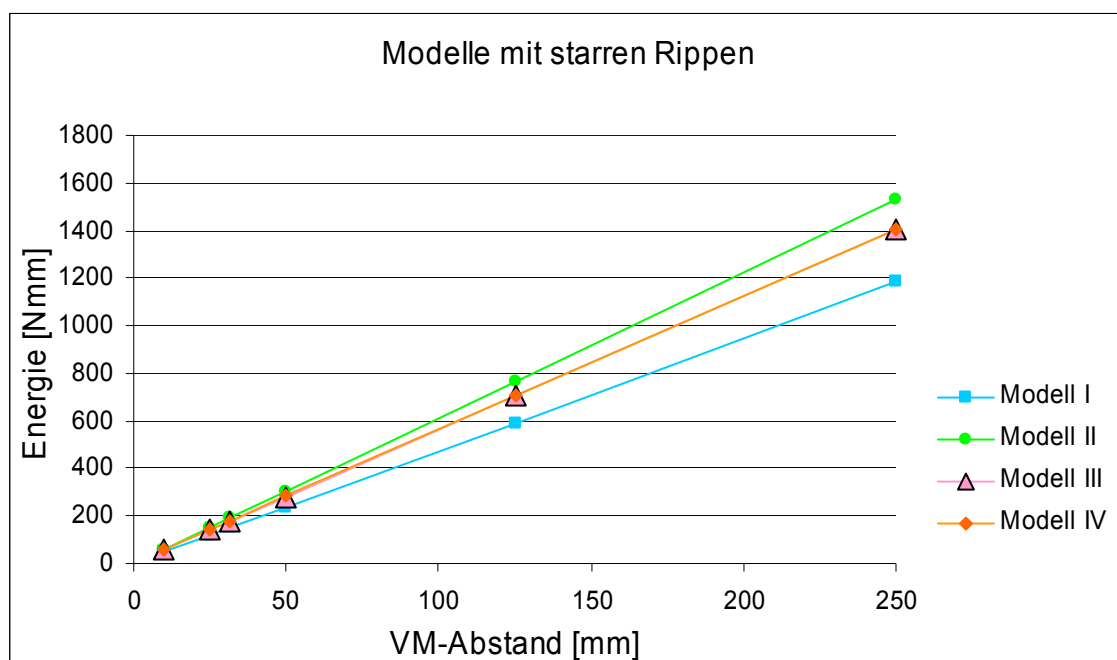


Abb.5-1: Äußere Energie der Rechteckmodelle mit starren Rippen
in Abhängigkeit des VM-Abstandes

Die Formänderungsenergie verhält sich proportional zum Nagelabstand. Die Modellvarianten des Modells I sind deutlich steifer als die Modellvarianten der übrigen Modelle. Die Modellvarianten mit Berücksichtigung von Kontaktstößen weisen ein steiferes Verformungsverhalten auf als die Varianten des Modells II. Die Verläufe für die Formänderungsenergien von Modell III und Modell IV sind nahezu deckungsgleich. Die Steifigkeit des Kontaktstoßes ohne Berücksichtigung des Schlupfes für rechteckige Tafeln hat demnach wenig Einfluss auf die Werte der äußeren Energie und damit auf die Gesamtverformung.

Abb.5-2 zeigt die Formänderungsenergieanteile unterschiedlicher statischer Modelle bei Annahme steifer Rippen. Bis auf den jetzt nicht mehr linearen Verlauf der Graphen und die höheren Energiewerte bei den einzelnen Modellvarianten sind keine signifikanten Änderungen gegenüber den Modellvarianten mit starren Rippen zu erkennen.

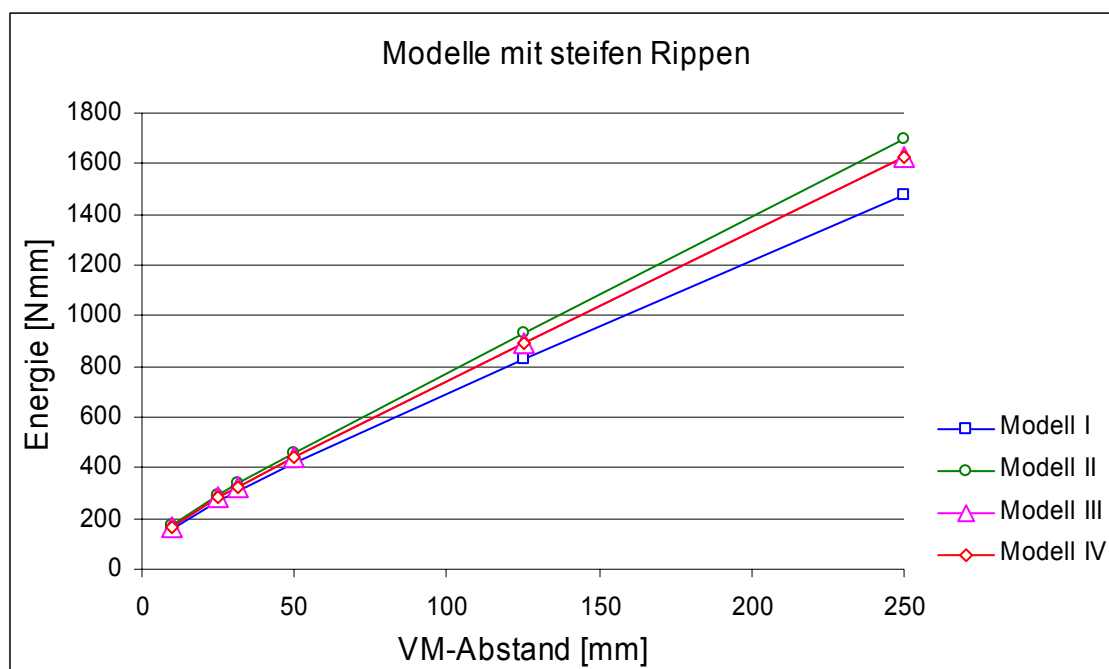


Abb.5-2: Äußere Energie der Rechteckmodelle mit steifen Rippen
in Abhängigkeit des VM-Abstandes

5.1.1 Modell I mit gelenkig verbundenen Rippen

Modell mit starren Rippen

Die Abb.5-3 stellt die Formänderungsenergieanteile der einzelnen Bauteile ohne Berücksichtigung der Rippensteifigkeit dar. Man erkennt an dem Verlauf der Gesamtenergie über die unterschiedlichen VM-Abstände, dass bei unendlich

kleinem VM-Abstand keine Verformungen auftreten. Aus den Werten der äußeren Energien der Modellvarianten ergibt sich die Verformung des Modells I mit starren Rippen in Abhängigkeit des VM-Abstandes a_1 und der Last F :

$$u_x = \frac{2 \cdot A_{\text{außen}}}{F} = \frac{1}{10^6} \cdot 4,73 \cdot a_1 \cdot F \quad \text{in} \quad \left[mm = \frac{1}{N} \cdot mm \cdot N \right] \quad (5.1)$$

Diese Gleichung entstammt der Geradengleichung des Graphen aus Abb.5-3 für die äußere Energie. Durch den angegebenen Faktor lassen sich im Folgenden die Steifigkeiten der unterschiedlichen Modelle gut miteinander vergleichen. Die von Kessel (2001) anhand des Prinzips des Minimums der potenziellen Energie erarbeitete Gleichung (Gl. 2.31)

$$u_x = \left(\frac{1}{\beta_x} + \frac{1}{\beta_y} \right) \cdot h^2 \cdot \frac{F}{k_{\text{ser}}} \quad \text{mit} \quad \beta_x = \mu_{mx} \frac{l_d^3}{6 \cdot a_1} + \frac{h_d \cdot l_d^2}{2 \cdot a_1} \quad \text{und} \quad \beta_y = \mu_{my} \frac{h_d^3}{6 \cdot a_1} + \frac{l_d \cdot h_d^2}{2 \cdot a_1}$$

beschreibt die Verformung vom Modell I unter Annahme starrer Rippen. Werden die einzelnen Federsteifigkeiten entlang der Rippen verschmiert, ergeben sich die Korrekturwerte:

$$\mu_{mx} = \mu_{my} = 1$$

Durch die Einführung von α , dem Verhältnis l_d / h_d der Tafel (Abb.1-1), ergibt sich die alternativ auch auf der Grundlage des Weggrößenverfahrens hergeleitete Gleichung:

$$u_x = 6 \frac{F \cdot a_1}{h_d \cdot k_{\text{ser}}} \cdot \frac{(\alpha + 1)^3}{3\alpha^4 + 10\alpha^3 + 3\alpha^2} \quad (5.2)$$

Für die in der FE-Simulation gewählten Parameter ergibt sich nach dieser Gleichung die gleiche Verformung am Lasteinleitungspunkt des Modells.

Zur Formänderung tragen lediglich nur die parallel // und senkrecht \perp zur Rippe wirkenden Federkräfte bei. Die beiden Formänderungsenergieanteile aus den Federkräften werden im Folgenden auch Anteile von Federn // und Anteile von Federn \perp genannt. Unabhängig vom VM-Abstand beträgt der Anteil von Federn \perp zur Rippe ca. 21 % an der Gesamtverformung. VM-Abstand und Verformung hängen bei diesem Modell linear voneinander ab (vgl. Abb.5-3).

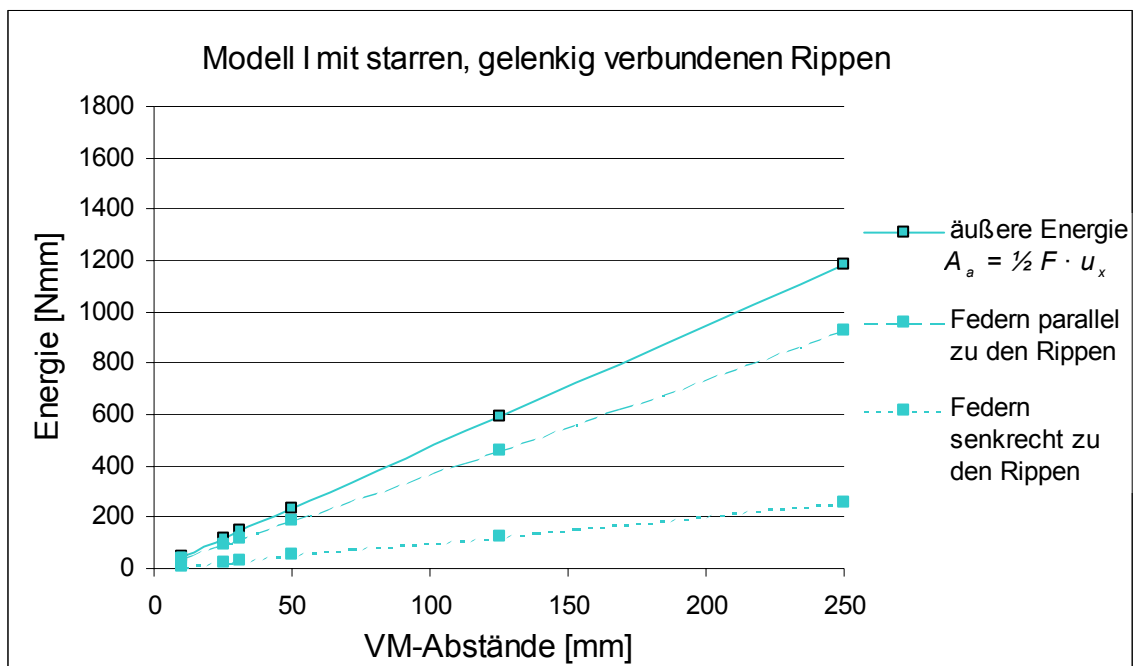


Abb.5-3: Formänderungsenergieanteile bei Modell I mit starren Rippen für verschiedene VM-Abstände

Durch die Gegenüberstellung der Formänderungsenergieanteile der Verbindungsmittel parallel und senkrecht zu den Rippenachsen lässt sich im Mittel auf die signifikante Wirkungsrichtung der Verbindungsmittel schließen. Lokale Bereiche, wie die Eckbereiche der Tafel, werden bei dieser integralen Betrachtung mit einbezogen. Dort treten überwiegend senkrecht zur Rippenachse wirkende VM-Kräfte auf. Das Verhältnis der Energieanteile der parallel zur Rippe wirkenden Federkräfte zu den Energieanteilen der senkrecht zur Rippe wirkenden Federkräfte ist konstant bei allen Modellvarianten von $a_1 = 25$ mm bis $a_1 = 250$ mm des Modells I mit starren Rippen. Das Verhältnis ist:

$$\frac{\text{Energieanteile Federn } //}{\text{Energieanteile Federn } \perp} = \frac{\prod_{\text{Federn } //}}{\prod_{\text{Federn } \perp}} = \frac{3,77}{1} = \text{konst.}$$

Man erkennt durch die Gegenüberstellung dieser Formänderungsenergieanteile, dass die Verbindungsmittel der gesamten Tafel hauptsächlich parallel zu den Rippenachsen wirken. Die senkrecht zu den Rippenachsen wirkenden Federn tragen jedoch erheblich zur Aussteifung des Modells bei.

Modell mit steifen Rippen

Die Formänderungsenergieanteile unter Berücksichtigung der Rippensteifigkeit sind in Abb.5-4 dargestellt. Die Anteile der Federn senkrecht und parallel zur

Rippe verhalten sich dabei proportional zum VM-Abstand a_1 . Insgesamt ist erwartungsgemäß eine Zunahme der Gesamtenergie gegenüber den Modellvarianten mit starren Rippen zu erkennen.

Die faktorielle Gleichung der Gesamtverformung über die VM-Abstände für dieses Modell lautet:

$$u_x = \frac{1}{10^6} (5,44 \cdot a_1 + 130,5) \cdot F \quad (5.3)$$

Der Offset von $130,5 F$ ist im Wesentlichen auf die in diesem Fall vorhandene Dehnung der Rippen zurückzuführen. Die Verformung einer durch Normalkraft beanspruchten Rippe, die nicht durch Verbindungsmittel in ihrer Längsrichtung gebettet ist, ergibt sich zu

$$u_x = \frac{2}{3} \cdot \frac{F}{EA} \cdot \left(l_d + \frac{h_d^2}{l_d^2} \cdot h_d \right) = \frac{1}{10^6} \cdot 170 \cdot F. \quad (5.4)$$

Dieser Wert liegt ca. 30% über dem hier vorhandenen Wert. Der kontinuierliche Lastabtrag durch die Verbindungsmittel führt statt einer dreiecksförmigen zu einer parabelförmigen Normalkraftbeanspruchung der Rippen. Hieraus resultieren die geringeren Rippenverformungen in Längsrichtung.

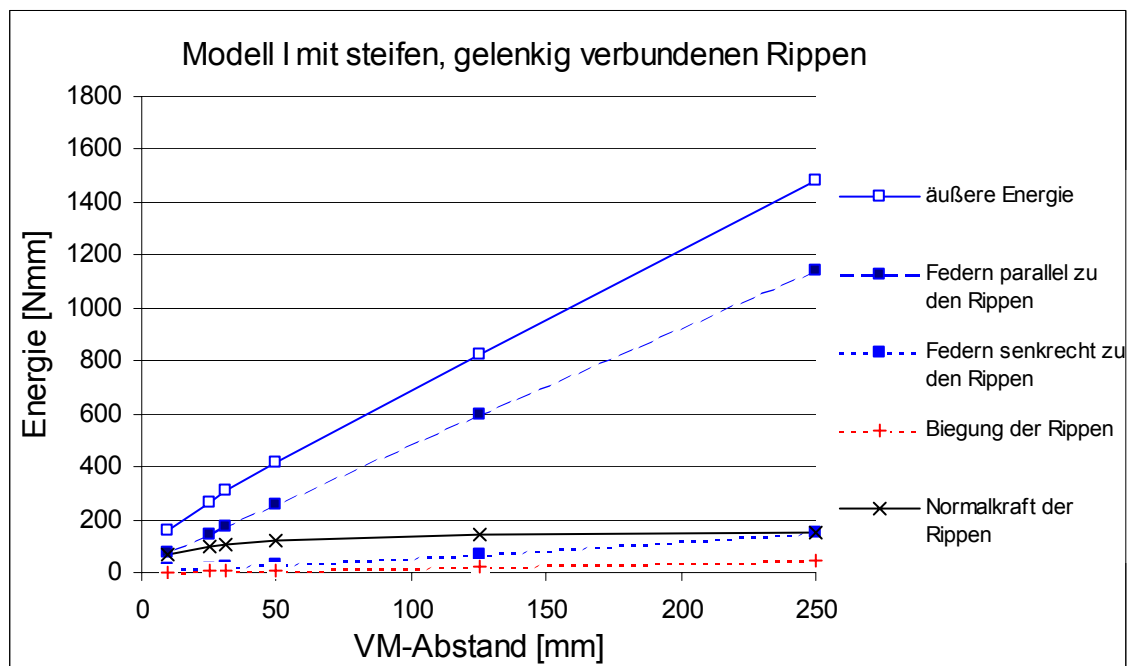


Abb.5-4: Formänderungsenergieanteile bei Modell I mit steifen Rippen für verschiedene VM-Abstände

Durch die mögliche Dehnung und Biegung der Rippen nehmen die Richtungen der resultierenden Federkräfte im mittleren Rippenbereich zunehmend die Richtungen der Rippenachsen an. Somit vergrößern sich die Formänderungsenergien aus Federn // je nach VM-Abstand um 30 bis 50% gegenüber den Modellvarianten mit starren Rippen.

Das Verhältnis der Energieanteile von Federn // zu den Energieanteilen von Federn \perp ist wieder bei allen untersuchten Modellvarianten mit steifen Rippen näherungsweise konstant:

$$\frac{\Pi_{\text{Federn //}}}{\Pi_{\text{Federn } \perp}} \approx \frac{9}{1}$$

Es wird deutlich, dass durch die verringerte Rippensteifigkeit im Mittel die Verbindungsmittel wesentlich mehr parallel zu den Rippen beansprucht werden als bei Annahme starrer Rippen.

5.1.2 Modell II / Schubfeldmodell

Modell mit starren Rippen

Ohne die Berücksichtigung der Rippensteifigkeit gibt es beim Modell II nur Verformungsenergien aus Federn, die parallel zu den Rippen wirken. Deshalb entspricht hier die Formänderungsenergie der Federn // der gesamten äußeren Energie der Tafel. Abb.5-5 zeigt den linearen Zusammenhang zwischen Formänderungsenergie und VM-Abstand. Zum Vergleich sind die Ergebnisse aus den Berechnungen des Modells I mit dargestellt. Die grau hinterlegte Fläche macht den Unterschied der beiden Modelle an Formänderungsenergie deutlich. Die Gleichung der Gesamtverformung über die VM-Abstände für dieses Modell II lautet:

$$u_x = \frac{1}{10^6} \cdot 6,13 \cdot a_1 \cdot F \quad (5.5)$$

Anhand des Faktors lassen sich die Steifigkeitsunterschiede zum Modell I beziffern. Die aus dieser Gleichung berechneten Verformungen des Modells II mit starren Rippen können auch anhand der Gleichung von Kessel (2001) beschrieben werden. Die axialen Momente ergeben sich bei dem Modell II zu

$$\beta_x = \frac{h_d \cdot l_d^2}{2 \cdot a_1} \quad \text{und} \quad \beta_y = \frac{l_d \cdot h_d^2}{2 \cdot a_1}.$$

Durch Umformung und Einführung von $\alpha = l_d / h_d$ in Gl. 2.31 ergibt sich

$$u_x = 6 \frac{F \cdot a_1}{h_d \cdot k_{ser}} \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot \alpha^2} + \frac{1}{3 \cdot \alpha} \right) \quad (5.6)$$

Modell mit steifen Rippen

Wird die Rippensteifigkeit berücksichtigt, ist bei der Gesamtenergiebilanz ein Normalkraftanteil vorhanden, der ebenso wie beim Modell I mit gelenkig angeschlossenen Rippen nahezu konstant für unterschiedliche VM-Abstände ist. Die aus der äußeren Energie berechnete Gleichung der Gesamtverformung über die VM-Abstände für dieses Modell lautet:

$$u_x = \frac{1}{10^6} (6,30 \cdot a_1 + 134,3) \cdot F \quad (5.7)$$

Der konstante Wert von $134,3 F$ ist wiederum auf die vorhandene Dehnung der Rippen zurückzuführen. Gegenüber den Modellvarianten mit starren Rippen ist eine deutliche Zunahme der Verformung am Lasteinleitungspunkt und damit der Gesamtenergie zu erkennen. Diese ergibt sich ausschließlich infolge der Rippendehnung, wie man anhand Abb.5-5 sowie beim Vergleich der beiden faktoriellen Gleichungen für das Modell II erkennen kann. Bei einem praxisüblichen VM-Abstand beträgt die Erhöhung ca. 50 %.

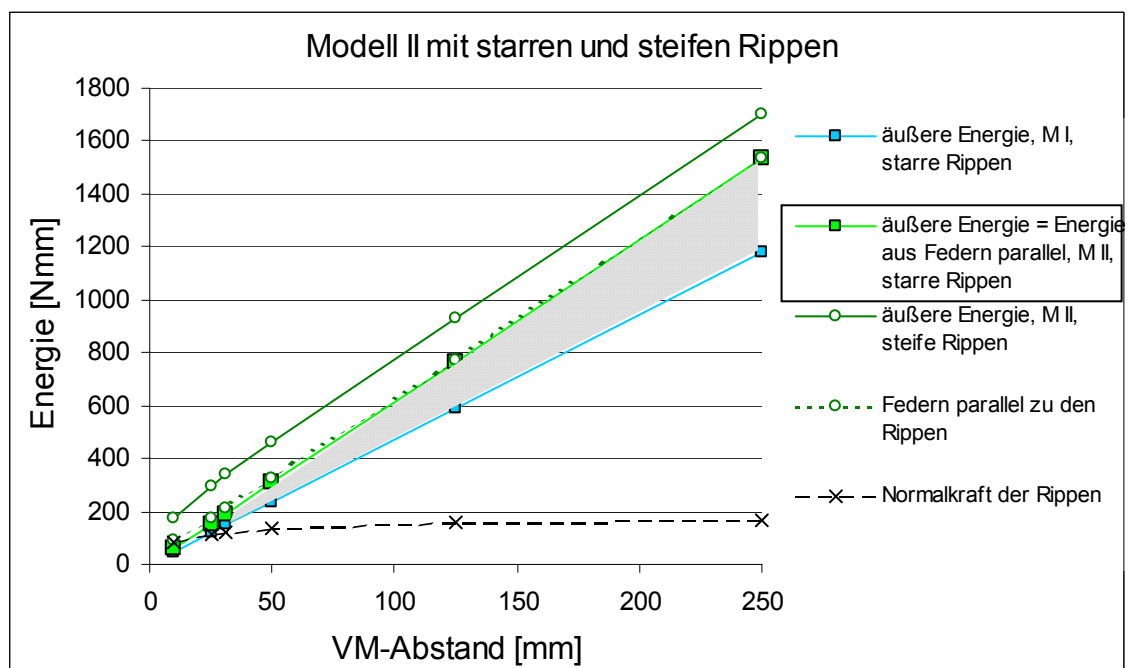


Abb. 5-5: Formänderungsenergieanteile von Modell II für unterschiedliche VM-Abstände

Bei sehr kleinen VM-Abständen vergrößert sich dabei die Formänderungsenergie der Federn // um 15 % gegenüber den Modellvarianten mit starren Rippen. Für einen sehr großen VM-Abstand von $a_1 = 250 \text{ mm}$ bleibt die Formänderungsenergie aus Federn // für die beiden unterschiedlichen Rippensteifigkeiten gleich.

Aufgrund des linearen VM-Tragverhaltens kann man aus den Energiewerten auf die mittleren VM-Beanspruchungen schließen. Die Summe aller VM-Beanspruchungen ist somit für das Modell II mit starren und mit steifen Rippen fast identisch, die Verformungen infolge Rippendehnung und die maximalen VM-Beanspruchungen jedoch nicht. Werden z.B. die maximalen VM-Beanspruchungen an einem Modell mit starren Rippen ermittelt, kann mittels Einführung eines Faktors, für die Berücksichtigung der höheren VM-Beanspruchungen im Lasteinleitungsbereich, das Modell mit steifen Rippen ebenfalls einfach berechnet werden. Dieser Faktor ergibt sich für die hier untersuchte Tafelgeometrie aus dem in Kap. 3.1.4 herausgearbeiteten Werten. Für die Ermittlung der Tafelverformung muss ein Offset gemäß der oben angeführten Gleichung angegeben werden.

5.1.3 Modell III mit starrem Kontaktstoß der Rippen

Modell mit starren Rippen

Beim Modell III mit Berücksichtigung von starren Kontaktstößen der Rippen setzt sich die Formänderungsenergie ohne Berücksichtigung der Rippensteifigkeit hauptsächlich aus den Anteilen der Federn // zusammen (siehe Abb.5-6). Allerdings ist im Gegensatz zum Modell II (vgl. Abb.5-5) auch ein senkrecht zur Rippe wirkender Anteil an Energie aus Federkräften vorhanden. Der Anteil aus den Federn \perp resultiert aus der möglichen Druckkraftübertragung zwischen den horizontalen und vertikalen Rippen. Es sind keine nennenswerten Energieanteile für den Kontaktstoß zu verzeichnen, da der Schlupf dieser Verbindung ohne Berücksichtigung bleibt. Der Verlauf der Formänderungsenergieanteile der einzelnen Modellvarianten zeigt, dass die angenommene hohe Steifigkeit des Kontaktstoßes ausreichend ist, um einen starren Kontaktstoß zu simulieren (vgl. Kap. 2.5). Die Gleichung der Gesamtverformung über die VM-Abstände für dieses Modell lautet:

$$u_x = \frac{1}{10^6} \cdot 5,62 \cdot a_1 \cdot F \quad (5.8)$$

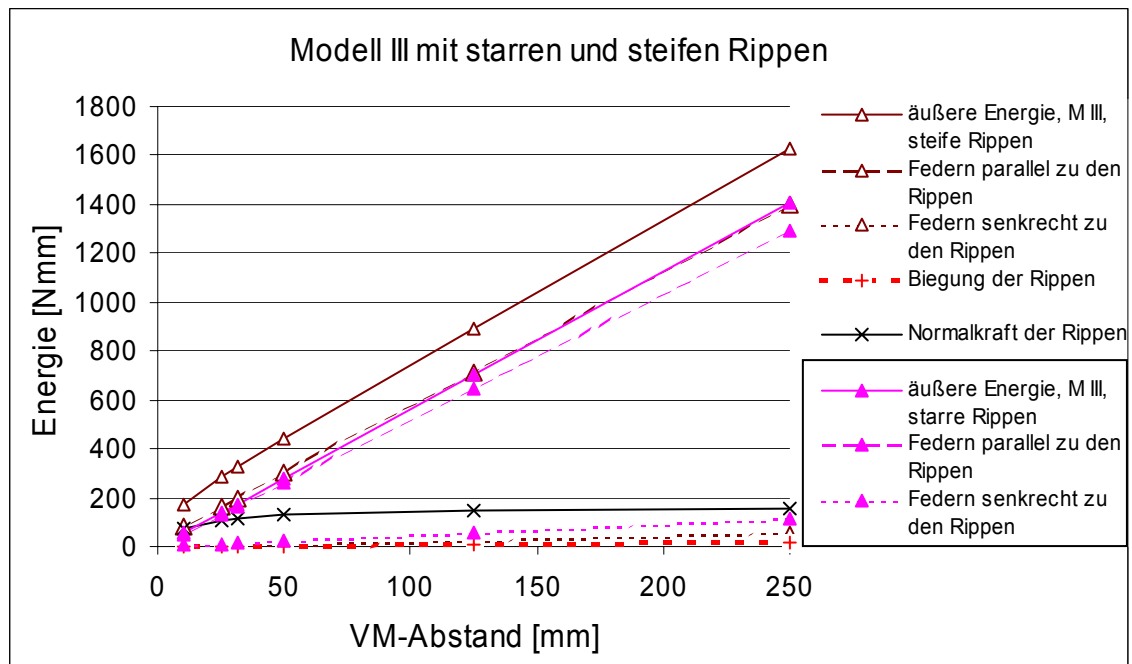


Abb. 5-6: Formänderungsenergieanteile von Modell III bei unterschiedlichen VM-Abständen

Modell mit steifen Rippen

Wird die Rippensteifigkeit berücksichtigt, ergibt sich der Verlauf der Formänderungsenergieanteile in Abhängigkeit der VM-Abstände nach Abb.5-6. Die Energieanteile der Federn \perp und \parallel sind auch hier wieder proportional zum VM-Abstand. Hinzu kommen die Energieanteile aus Normalkraft- und Biegebeanspruchung. Der Energieanteil aus dem Moment kann mit unter 1 % vernachlässigt werden. Die Energie aus den Normalkräften verläuft ab einem VM-Abstand von $a_1 \geq 50$ mm fast konstant. Die aus der Gesamtenergie berechnete Verformung am Lasteinleitungspunkt ergibt sich für das Modell III beim Ansatz von steifen Rippen zu:

$$u_x = \frac{1}{10^6} (6,02 \cdot a_1 + 131) \cdot F \quad (5.9)$$

5.1.4 Modell IV mit steifem Kontaktstoß der Rippen

Modell mit starren Rippen

Wie in Kapitel 2.5.1 erläutert, wird bei diesem Modell IV dem Kontaktstoß eine Federsteifigkeit von 37.000 N/mm zugewiesen. Aus Abb.5-7 und Abb.5-8 ist kaum ein Unterschied zum Modell III mit starren Kontaktstößen (Abb.5-6) ersichtlich,

obwohl die Annahme einer Federsteifigkeit von 37.000 N/mm für einen Kontaktstoß eher als weich anzusehen ist.

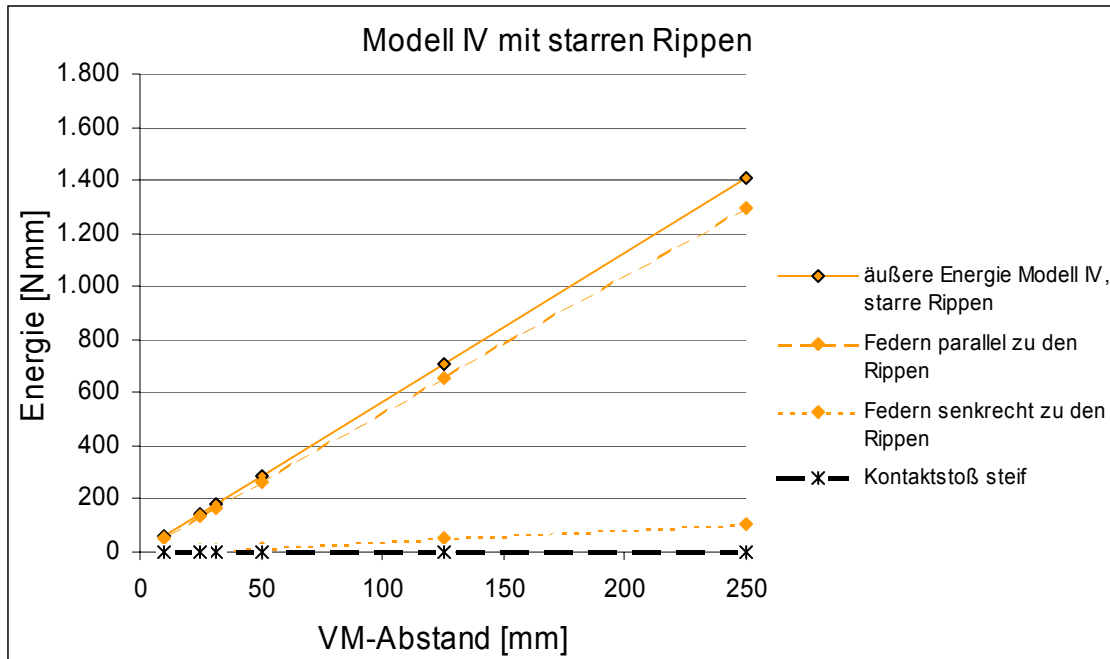


Abb. 5-7 Formänderungsenergieanteile von Modell IV bei unterschiedlichen VM-Abständen

Der Verlauf der Formänderungsenergieanteile der einzelnen Modellvarianten zeigt, dass der Kontaktstoß mit der gewählten Steifigkeit kaum Auswirkungen auf die Energiebilanz hat. Allein der jetzt vorhandene konstante Wert von $2,5 F$ in der Gleichung der Gesamtverformung lässt auf den Unterschied zum Modell II schließen. Die Gesamtverformung in Abhängigkeit der VM-Abstände sowie der angreifenden Last lautet:

$$u_x = \frac{1}{10^6} (5,63 \cdot a_1 + 2,5) \cdot F \quad (5.10)$$

Modell mit steifen Rippen

Abb.5-8 zeigt den Verlauf der Formänderungsenergieanteile in Abhängigkeit der VM-Abstände für Modellvarianten bei Ansatz steifer Rippen. Die Energieanteile der Federn \perp und \parallel sind auch hier wieder proportional zum VM-Abstand. Es sind die gleichen Tendenzen wie beim Modell III auszumachen.

Die Verformung am Lasteinleitungspunkt ergibt sich hierbei zu:

$$u_x = \frac{1}{10^6} (6,02 \cdot a_1 + 131,8) \cdot F \quad (5.11)$$

Gegenüber den konstanten Werten der Modelle I und III ist der Offset von $131,8 F$ hier leicht erhöht. Dies ist auf die Berücksichtigung der Kontaktstöße zurückzuführen.

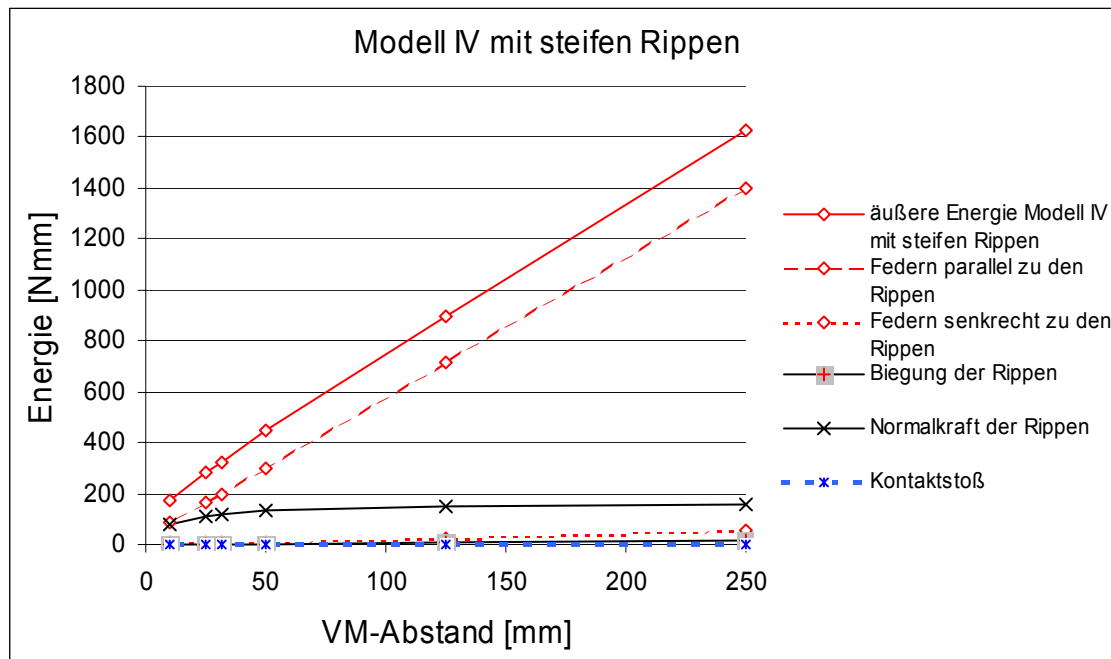


Abb.5-8: Formänderungsenergieanteile von Modell IV bei unterschiedlichen VM-Abständen

5.1.5 Vergleich der Modelle mit linearem Nageltragverhalten

Für das Modell I ergeben sich die geringsten und für das Modell II die größten Formänderungsenergien infolge der angesetzten Last. Die Ergebnisse dieser beiden Modelle entsprechen somit den Extremalen der Gesamtformänderungsenergien aller Modelle.

Bei allen Modellen mit starren Rippen vergrößert sich die Verformung am Lasteinleitungspunkt durch Vergrößerung der VM-Abstände. Die Verformungen ändern sich in Abhängigkeit von den VM-Steifigkeiten (vgl. Kap. 2.3). Die Verformungen von Modell II liegen ca. 30 %, von Modell III und IV ca. 20 % über denen des Modells I.

Dieses zeigen die Steigungskoeffizienten der aufgeführten Gleichungen. Unter Annahme linearen Nageltragverhaltens sowie starrer Rippen ergeben sich in Abhängigkeit vom VM-Abstand a_1 [mm] sowie der horizontalen Last F [N] folgende Gleichungen der Gesamtverformung u_x [mm] der Modelle am Lasteinleitungspunkt:

Modell I mit gelenkig verbundenen Rippen: $u_x = \frac{1}{10^6} \cdot 4,73 \cdot a_1 \cdot F$ (Gl. 5.1).

Modell II; Schubfeldmodell: $u_x = \frac{1}{10^6} \cdot 6,13 \cdot a_1 \cdot F$ (Gl. 5.5).

Modell III mit starrem Kontaktstoß der Rippen: $u_x = \frac{1}{10^6} \cdot 5,62 \cdot a_1 \cdot F$ (Gl. 5.8).

Modell IV mit steifem Kontaktstoß der Rippen: $u_x = \frac{1}{10^6} (5,63 \cdot a_1 + 2,5) \cdot F$
(Gl. 5.10).

Bei Vergrößerung des VM-Abstandes von $a_1 = 25$ mm auf $a_1 = 125$ mm vergrößern sich die Verformungen am Lasteinleitungspunkt um ca. das 5fache. Dieser Zunahme steht bei Ansatz steifer Rippen eine Vergrößerung um das 3fache gegenüber. Aus den nachstehenden Gleichungen zu den horizontalen Verformungen am Lasteinleitungspunkt für alle Modelle unter Annahme steifer Rippen geht hervor, dass ein fast konstanter Wert an Formänderungsenergie aus der Rippendehnung in die gesamte Formänderungsenergie eingeht. Der Steigungskoeffizient des durch die Verbindungsmittel bedingten Verformungsanteils steigt in Bezug auf die Modellvarianten mit starren Rippen um 2 % bis 15 %. Die Gleichungen der Verformung am Lasteinleitungspunkt für Modelle mit steifen Rippen lauten:

Modell I: $u_x = \frac{1}{10^6} (5,44 \cdot a_1 + 130,5) \cdot F$ (Gl. 5.3).

Modell II: $u_x = \frac{1}{10^6} (6,30 \cdot a_1 + 134,3) \cdot F$ (Gl. 5.7).

Modell III: $u_x = \frac{1}{10^6} (6,02 \cdot a_1 + 131) \cdot F$ (Gl. 5.9).

Modell IV: $u_x = \frac{1}{10^6} (6,02 \cdot a_1 + 131,8) \cdot F$ (Gl. 5.11).

Beim Modell II ist nur ein geringfügiger Unterschied an Formänderungsenergien aus den Federkräften bei Annahme steifer statt starrer Rippen auszumachen. Bei den übrigen Modellen sind z.T. extreme Unterschiede aufgrund der Änderung der Rippensteifigkeiten zu erkennen. Die Richtung der resultierenden Federkräfte entspricht bei Berücksichtigung der Rippensteifigkeit überwiegend der Richtung der Rippenachsen.

Unter Annahme steifer Rippen weist das Modell II gegenüber dem Modell I eine um maximal 15 % größere Modellverformung am Lasteinleitungspunkt auf. Die Steifigkeiten und die Formänderungsenergieanteile der einzelnen Modelle unterscheiden sich durch den Ansatz steifer Rippen somit nicht mehr so stark voneinander wie beim Ansatz starrer Rippen. Alle Modelle weisen fast gleiche Faktoren für den Verformungsanteil aus den Verbindungsmitteln und für den Anteil aus den Rippenverformungen in ihren Gleichungen auf.

Die resultierenden Energieanteile aus den Federn \perp und $//$ machen bei allen Modellen mit steifen Rippen in Abhängigkeit von den VM-Abständen ca. 60 % bis ca. 85 % der Gesamtformänderungsenergie aus. Der größte Anteil an der Federenergie, die senkrecht zu den Rippen wirkt, ist beim Modell I mit maximal 10 % der Gesamtenergie bei großem VM-Abstand zu verzeichnen. Demgegenüber liegt der Anteil der Rippendehnung bei ca. 40 % für geringe VM-Abstände und nur 17 % für große VM-Abstände. Der Anteil aus Biegung ist unbedeutend und liegt bei allen Modellen unter 3 % der Gesamtenergie.

5.2 Rechtecktafeln mit nichtlinearem Nageltragverhalten

Im folgenden Abschnitt werden die Energieanteile rechteckiger Tafeln in Abhängigkeit vom Nagelabstand bei Berücksichtigung eines nichtlinearen Nageltragverhaltens untersucht. Die Beanspruchung muss dazu so gesteigert werden, dass zum einen trotz der hohen Anfangssteifigkeit von $k = 10800 \text{ N/mm}$ (vgl. Tab.2.1 und Abb.2-4) die Verbindungsmittel plastizieren und dass zum anderen bei hoher Beanspruchung der Nägel, trotz deren dann deutlich verminderten Steifigkeit, keine sehr großen Verformungen entstehen. Die in 10 Lastschritten aufgebrachte horizontale Kraft von $F = 2.500 \text{ N}$ soll eine gebräuchliche Einwirkung darstellen, bei der die Nägel bei entsprechend großem VM-Abstand plastizieren. Als VM-Abstände a_1 wurden 31,25 mm; 50 mm; 62,5 mm; 78,125 mm; 125 mm und 250 mm gewählt, wobei die beiden letztgenannten VM-Abstände den maximalen Abstand von 88 mm nach Kapitel 2.7.2 überschreiten.

In Abb.5-9 sind die äußeren Energieanteile der verschiedenen statischen Modelle dargestellt. Bei Berücksichtigung von zusätzlichen Stützstellen wird sich der z.T. lineare Verlauf der Energie in den Abbildungen in einen nichtlinearen Verlauf wandeln. Die Kurvenverläufe der äußeren Energien der Modelle ohne Berücksichtigung der Rippensteifigkeiten unterscheiden sich tendenziell kaum von den dargestellten Verläufen der Modelle mit steifen Rippen und weisen erwartungsgemäß geringere Werte auf (vgl. Abb.5-9 mit Abb.5-10).

Bei Überschreitung der in Tabelle 2.4 aufgeführten Grenzwerte der VM-Abstände unterscheiden sich die äußeren Energien der einzelnen Modelle sehr voneinander. Folglich ist bei weichem Verbund zwischen Rippen und Beplankung das gewählte statische Modell entscheidender für die Verformung als bei steiferem Verbund von Rippen und Beplankung. Das Modell III ist unwesentlich steifer als das Modell IV, in dem der Kontaktstoß der Rippen eine Federsteifigkeit von 37.000 N/mm aufweist. Die unterschiedlichen Steifigkeiten der Rippenkontaktstöße führen somit auch bei nichtlinearem VM-Tragverhalten zu fast identischem Tragverhalten der Modelle III und IV.

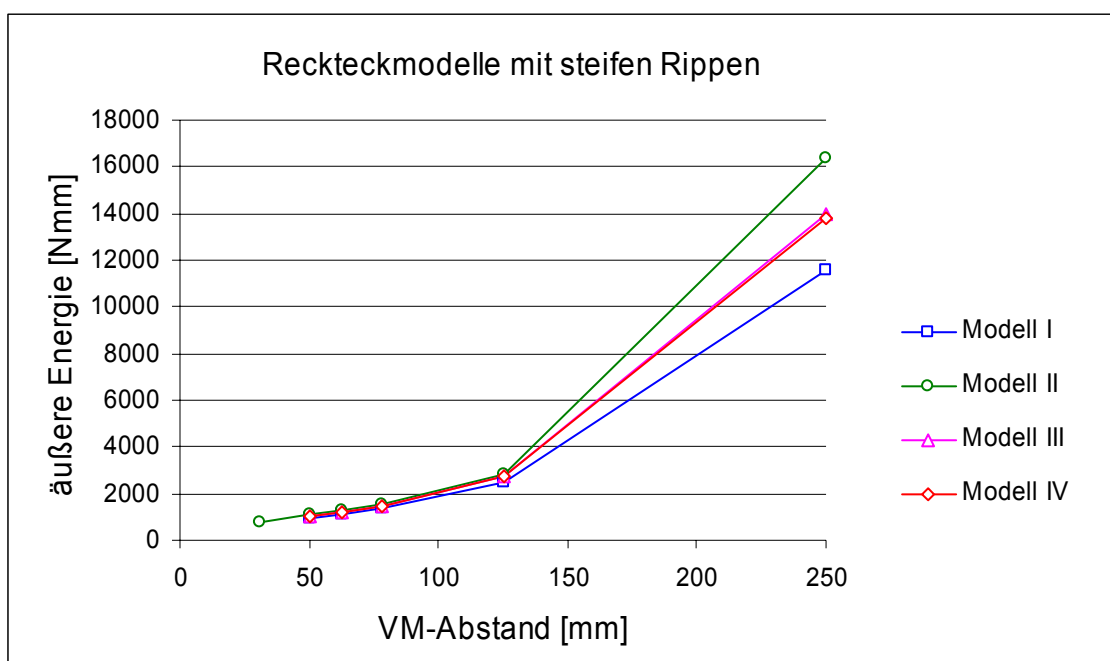


Abb. 5-9: Äußere Energie der Modelle bei nichtlinearem VM-Tragverhalten und ungleichen VM-Abständen

5.2.1 Modell I mit gelenkig verbundenen Rippen

Modell mit starren Rippen

Aus Abb.5-10 wird deutlich, dass bei einer Last von $F = 2500$ N die Modellvarianten mit nichtlinearem Nageltragverhalten erwartungsgemäß ein steiferes Verformungsverhalten haben als die Modellvarianten unter Annahme eines linearen Tragverhaltens.

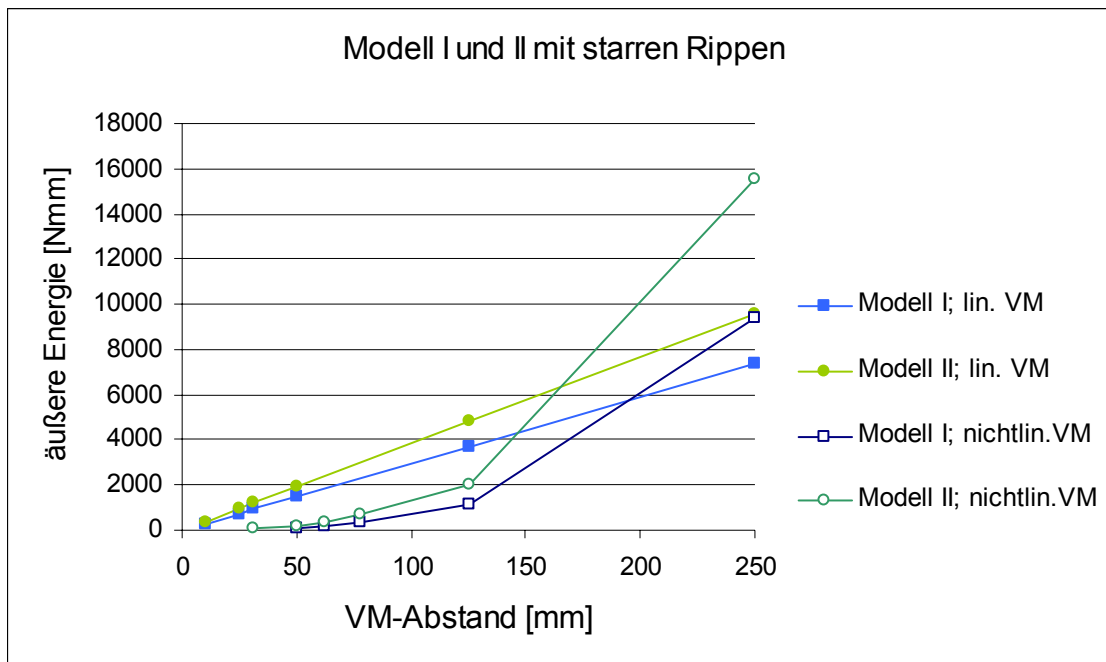


Abb. 5-10: Äußere Energien der Modelle I, II mit starren Rippen bei linearem und nichtlinearem VM-Tragverhalten für unterschiedliche VM-Abstände

Der z.T. lineare Energieverlauf beim Modell mit nichtlinearem VM-Tragverhalten würde sich bei Einbringung von zusätzlich untersuchten Modellvarianten in eine Kurve wandeln. Erst bei sehr großen VM-Abständen plastizieren die Nägel und das Modell mit nichtlinearem Nageltragverhalten wird so weich, dass es sogar größere Energien aufweist als das Modell mit linearem Tragverhalten der Verbindungsmittel. Der Anstieg der äußeren Energien verhält sich in diesem Fall nicht mehr linear zum VM-Abstand.

Abb.5-11 zeigt die inneren Energien der Federn des Modells I mit starren Rippen. Die Energieanteile der Federn // und Federn \perp sind unabhängig vom VM-Abstand, mit 79 % zu 21 % genauso verteilt wie beim Modell mit linearem Nageltragverhalten. Das Verhältnis der Energieanteile von Federn // zu Federn \perp bleibt konstant bei allen VM-Abständen:

$$\frac{II_{\text{Federn //}}}{II_{\text{Federn } \perp}} = \frac{3,8}{1} = \text{konst.}$$

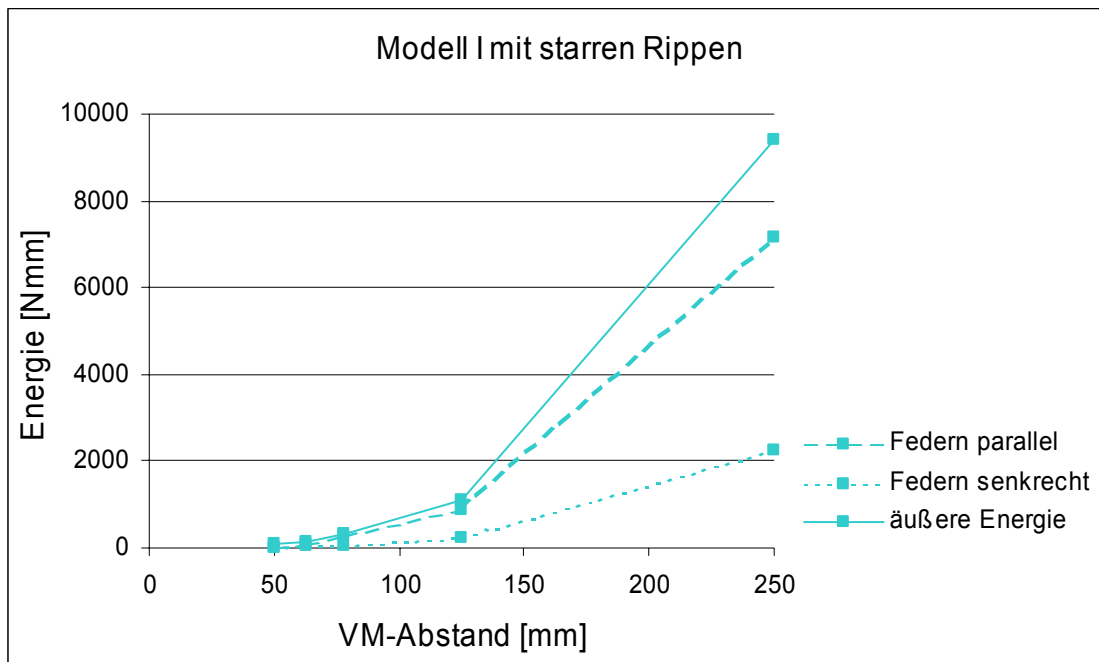


Abb.5-11: Formänderungsenergieanteile bei Modell I mit starren Rippen bei nichtlinearem VM-Tragverhalten für verschiedene VM-Abstände

Modell mit steifen Rippen

Bei Berücksichtigung der Rippensteifigkeit liegen bei einem VM-Abstand von $a_1 \geq 125$ mm alle Verbindungsmittel im plastischen Bereich. Diese Modellvarianten sind damit deutlich weicher als vergleichbare Varianten mit linearem Nageltragverhalten.

Das Verhältnis der Energieanteile von Federn // zu Federn \perp ändert sich nach Abb.5-12 gegenüber den Modellvarianten mit linearem Nageltragverhalten, da das Steifigkeitsverhältnis zwischen Nägeln und Rippen sich deutlich von dem linearer Tragmodelle unterscheidet. Die entsprechenden Energieanteile sind

$$\frac{\Pi_{\text{Federn //}}}{\Pi_{\text{Federn } \perp}} = \frac{6}{1} \text{ bei } a_1 = 50 \text{ mm bzw.}$$

$$\frac{\Pi_{\text{Federn //}}}{\Pi_{\text{Federn } \perp}} = \frac{11}{1} \text{ bei } a_1 = 250 \text{ mm.}$$

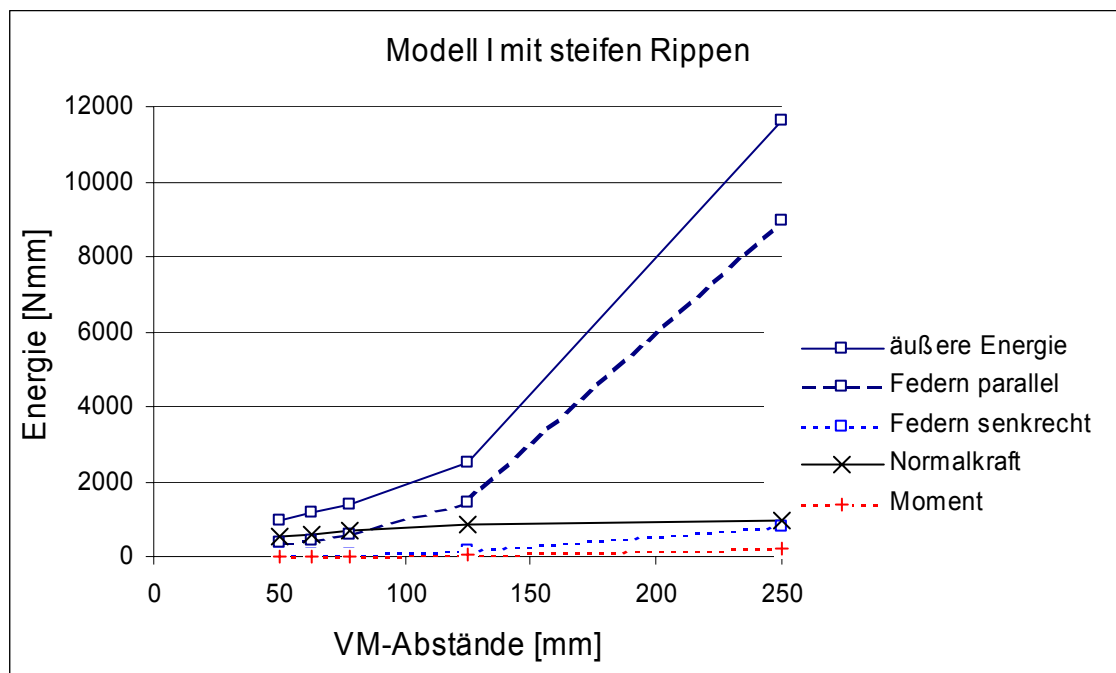


Abb.5-12: Formänderungsenergieanteile des Modells I mit steifen Rippen bei nichtlinearem VM-Tragverhalten für verschiedene VM-Abstände

Bei großen VM-Abständen ist das Tragverhalten der Verbindungsmittel nicht linear. Sie weisen demzufolge eine geringe Steifigkeit gegenüber dem Anfangszustand auf. Die Rippensteifigkeit bleibt jedoch gleich, so dass eine durch die senkrecht zur Rippe wirkenden Federn bedingte Rippenbiegung kaum möglich ist.

Vergrößert man die Last von 2500 N auf 10000 N, so ist schon bei einem VM-Abstand von $a_1 = 50$ mm eine Verlagerung der Bauteilbeanspruchungen zu den Federn, die parallel zur Rippe wirken, zu erkennen. Die Nägel plastizieren trotz eines eher geringen VM-Abstandes. An der Gesamtformänderungsenergie unter einer Last von $F = 10000$ N haben die Federn // bei $a_1 = 50$ mm einen Anteil von ca. 56 % gegenüber einem Anteil von ca. 38 % bei $F = 2500$ N. Der Anteil von Federn \perp sinkt um ca. 1 %. Das Verhältnis der Energieanteile von Federn // zu Federn \perp ändert sich auf

$$\frac{\Pi_{\text{Federn //}}}{\Pi_{\text{Federn } \perp}} = \frac{10}{1}.$$

Der Anteil der Rippendehnung beträgt jetzt nur noch 37 % der gesamten Formänderungsenergie der Tafel. Der Anteil aus Rippenbiegung ist weiterhin unbedeutend und nimmt geringfügig ab.

5.2.2 Modell II / Schubfeldmodell

Modell mit starren Rippen

Entsprechend den Modellvarianten des Modells II mit linearem Nageltragverhalten ergibt sich die resultierende Nagelkraft ausschließlich aus dem Anteil Federn // zur Rippenachse. Die äußere Verformungsenergie ist damit gleich der Verformungsenergie aus Federn // (vgl. Abb.5-10). Der Verlauf der Formänderungsenergie ist nicht mehr linear zum VM-Abstand.

Modell mit steifen Rippen

Die Energieanteile für die Modellvarianten mit steifen Rippen sind in Abb.5-13 in Abhängigkeit des VM-Abstandes dargestellt. Der z.T. lineare Verlauf des Graphen ist auf das Fehlen an untersuchten Modellvarianten mit $125 \text{ mm} \leq a_1 \leq 250 \text{ mm}$ zurückzuführen. Für die Modellvarianten kommen die nahezu konstanten Formänderungsenergien aus Normalkraft hinzu. Wie beim Modell I erläutert, ist auch hier bei zunehmender Plastizierung der Nägel eine Verlagerung der Energieanteile zu den Federn // zu erkennen.

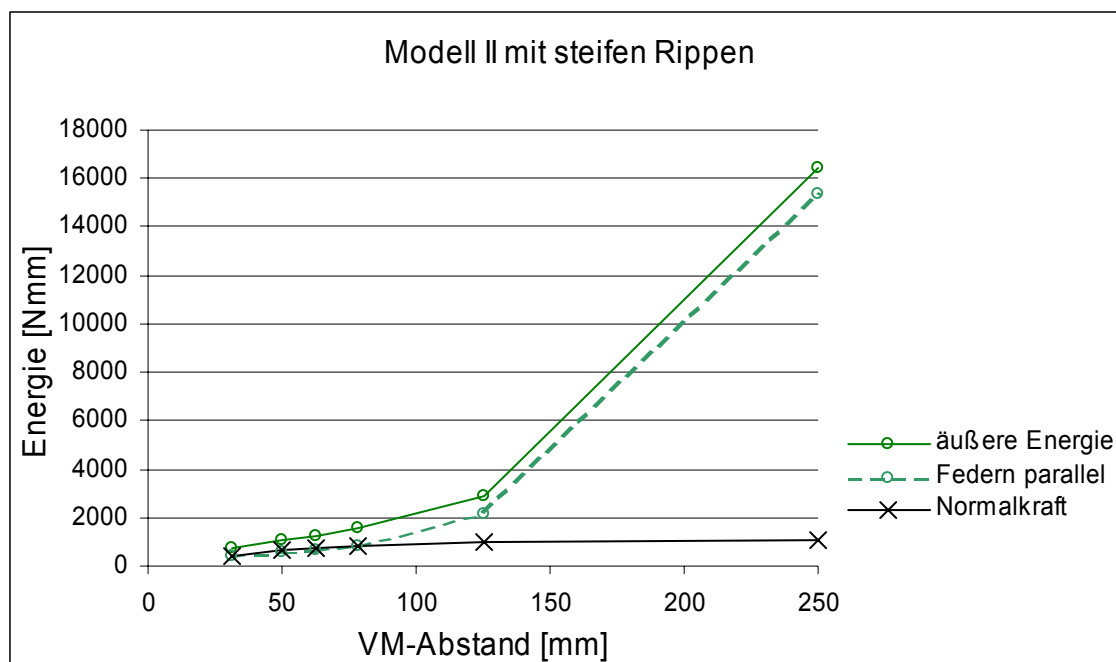


Abb.5-13: Formänderungsenergieanteile bei Modell II mit steifen Rippen

5.2.3 Modell III mit starrem Kontaktstoß der Rippen

Die Verläufe der Formänderungsenergieanteile für Rechtecktafeln unter Annahme starrer Rippenkontaktstöße unterscheiden sich kaum von denen des Modells II.

Die Formänderungsenergieanteile verhalten sich auch hier nichtlinear zum VM-Abstand, weil sich die Steifigkeitsverhältnisse der einzelnen Bauteile des Modells ändern. Im Gegensatz zum Modell II werden die Verbindungsmittel auch senkrecht zur Rippe beansprucht. Bei den untersuchten Modellvarianten mit starren Rippen liegt der Formänderungsenergieanteil aus Federn \perp zwischen 6 % und 11%. Die Energie aus der Rippendehnung ist beim Modell mit steifen Rippen wie bei den übrigen untersuchten Modellen unabhängig vom VM-Abstand relativ konstant.

5.2.4 Modell IV mit steifem Kontaktstoß der Rippen

Es bestehen keine signifikanten Unterschiede zum Modell III hinsichtlich der untersuchten Formänderungsenergieanteile der einzelnen Bauteile. Die Anteile des Kontaktstoßes können bei rechteckigen Tafeln vernachlässigt werden, da ihr Anteil weniger als 1 % der Gesamtenergie beträgt. Die Formänderungsenergieanteile unterscheiden sich nur wenig für starre und steife Kontaktstöße.

5.3 Trapezförmige Tafeln mit linearem Nageltragverhalten

Im Folgenden werden die einzelnen Formänderungsenergieanteile von trapezförmigen Tafeln in Abhängigkeit der rechten Tafelhöhe bei linearem Nageltragverhalten untersucht. Die auf das Modell einwirkende horizontale Kraft F beträgt 1.000 N.

Der Einfluss unterschiedlicher statischer Modelle mit starren Rippen auf die äußere Verformungsenergie geht aus Abb.5-14 hervor. Die Krümmungen der Kurvenverläufe der äußeren Energien von Modell I und Modell II sind gegenläufig. Modell I mit kurzer rechter Tafelhöhe ist steifer als ein entsprechendes rechteckiges Modell I. Demgegenüber wird die Steifigkeit des Modells II aufgrund der Verkürzung der rechten Tafelhöhe geringer. Die Modelle III und IV reagieren hinsichtlich der äußeren Energien kaum auf die beschriebene Geometrieänderung. Beim Modell I werden die Lasten überwiegend über die Rippen abgetragen. Bei den übrigen Modellen erfolgt die Lastabtragung z.T. über die Beplankung in die Nachbarrippen, da die Rippen nicht zugfest und nur z.T. druckfest miteinander verbunden sind. Bei horizontaler Lasteinleitung wird aufgrund der fehlenden Rippenverbindungen bei kurzer rechter Tafelhöhe eine hohe Biegebeanspruchung der Kopfriple hervorgerufen, wie in Abb.3-32 gezeigt wird.

Mit Ausnahme von Modell I verringern sich bei allen Modellen die äußeren Energien bei einer Lasteinleitung (LE) parallel zu den Rippen. Für die Modelle I, III und IV ergeben sich aussteifende Effekte bei einer Verkürzung der rechten Tafelhöhe für eine Lasteinleitung parallel zu den Rippen.

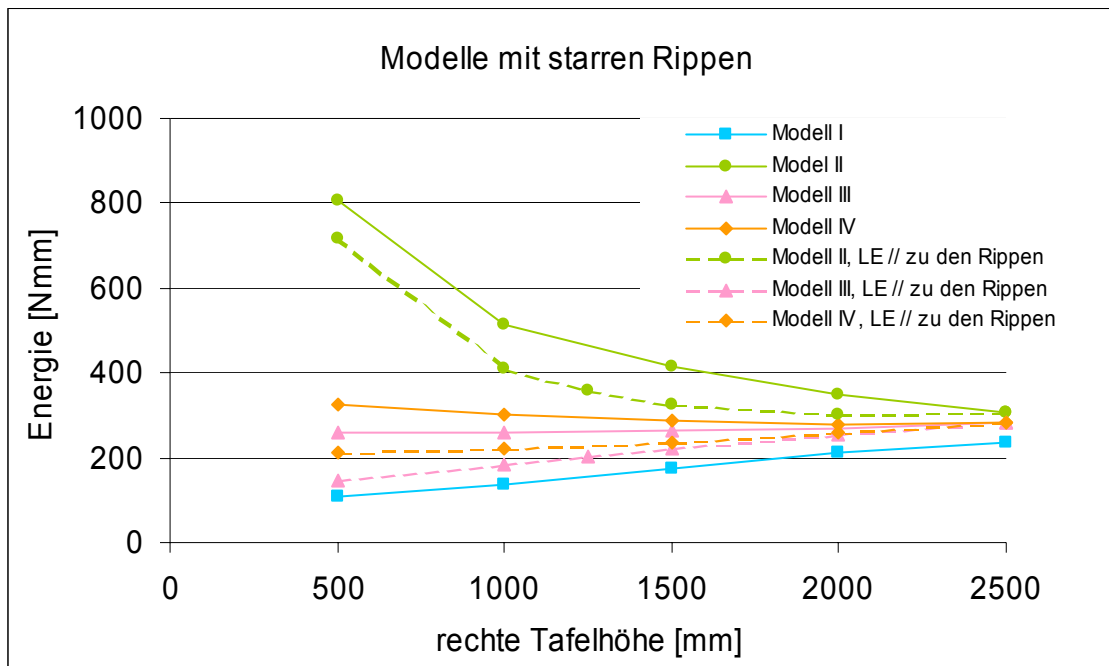


Abb.5-14: Äußere Energien für unterschiedliche Tafelgeometrien und Lasteinleitungen, $a_1 = 50$ mm

Die Werte der äußeren Energien sind in Abb.5-15 für die statischen Modelle mit steifen Rippen dargestellt. Bei allen Modellen bewirkt die Reduzierung der rechten Tafelhöhe einen Anstieg der äußeren Energie und damit der Verformung am Lasteinleitungspunkt.

Das Modell I weist die geringsten äußeren Energien auf, wobei der Unterschied zu den übrigen Modellen für niedrige rechte Tafelhöhen größer wird. Die Verläufe der Kurven aus den Werten der äußeren Energien der Modelle III und IV sind fast deckungsgleich.

Eine Lasteinleitung parallel zu den Rippen verringert bei den Modellen II bis IV die äußeren Energien. Die Unterschiede zwischen den Energieanteilen der einzelnen Modelle werden durch eine solche Lasteinleitung kleiner.

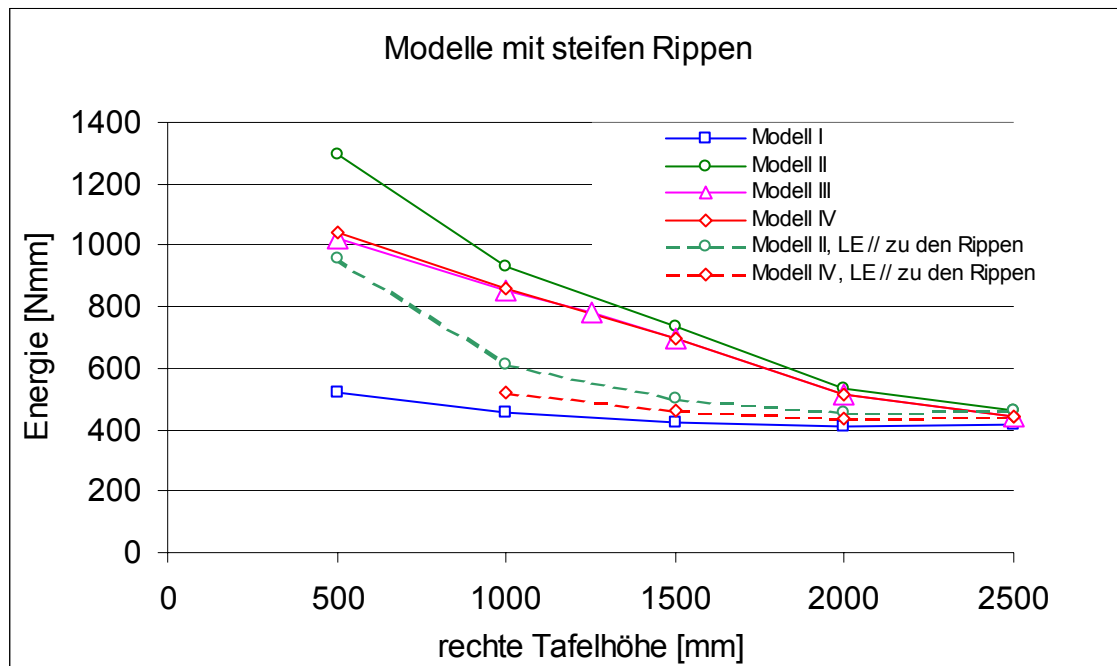


Abb. 5-15: Äußere Energien für unterschiedliche Tafelgeometrien und Lasteinleitungen, $a_1 = 50$ mm

5.3.1 Modell I mit gelenkig verbundenen Rippen

Modell mit starren Rippen

Abb.5-16 zeigt die aussteifende Wirkung einer Wandtafel mit einer niedrigen rechten Tafelhöhe für alle untersuchten VM-Abstände bei Annahme starrer Rippen. Je weicher die Bettung zwischen Beplankung und Rippen ist, desto mehr nimmt die Tafelgeometrie Einfluss auf das Tragverhalten. Die Verformungsenergie wird mit zunehmendem VM-Abstand und / oder einer Vergrößerung der rechten Tafelhöhe größer.

Die Verformung der oberen geneigten Rippe wird beim Modell I durch die gelenkige Verbindung der Rippen stark eingeschränkt. Kurz nach dem Lasteinleitungsbereich treten in der oberen Rippe im Gegensatz zu den übrigen Modellen keine bemessungsrelevanten Momentenbeanspruchungen auf. Im verformten Zustand zieht die linke vertikale und dehnstarke Rippe den oberen Eckpunkt der Tafel nach unten. Dies führt zu einer Momentenbeanspruchung, die entgegengesetzt zu dem durch die äußere Last aufgetragenen Moment wirkt. Die angreifende Last wird dadurch nicht mehr als Querkraft sondern hauptsächlich als Normalkraft in die geneigte obere Rippe eingeleitet. Die größten VM-Beanspruchungen entstehen deshalb beim Modell I nicht im Lasteinleitungsbereich sondern im Bereich der rechten oberen Tafелеcke. Je größer die

Neigung der oberen Rippe ist, desto mehr kann sie beim Modell I ihre Beanspruchungen als Normalkraft und nicht über die Verbindungsmittel an die rechte vertikale Rippe und somit in das Auflager weiterleiten. Das Modell I wird dadurch bei kleiner werdender rechter Tafelhöhe immer steifer.

Dies zeigt auch die aus den berechneten Formänderungsenergien entwickelte Gleichung, die die Verformungen am Lasteinleitungspunkt für $2500 \text{ mm} < h_{d, \text{rechts}} > 0 \text{ mm}$ tendenziell beschreibt:

$$u_x = \frac{1}{10^6} \cdot 4,73 \cdot a_1 \cdot F \cdot \left(\frac{1}{10^4} \cdot 3 \cdot h_{d, \text{rechts}} + 0,3 \right) \quad (5.12)$$

Aus dem zweiten Teil der Gleichung 5.12 ergibt sich ein von der rechten Tafelhöhe abhängiger Faktor, der bei einer Verkleinerung der rechten Tafelhöhe abnimmt.

Die dreieckförmigen Modellvarianten des Modells IB sind sehr steife Varianten, die ihren größten Anteil (72%) an der Formänderungsenergie aus den Federn beziehen, die senkrecht zu den Rippenachsen wirken.

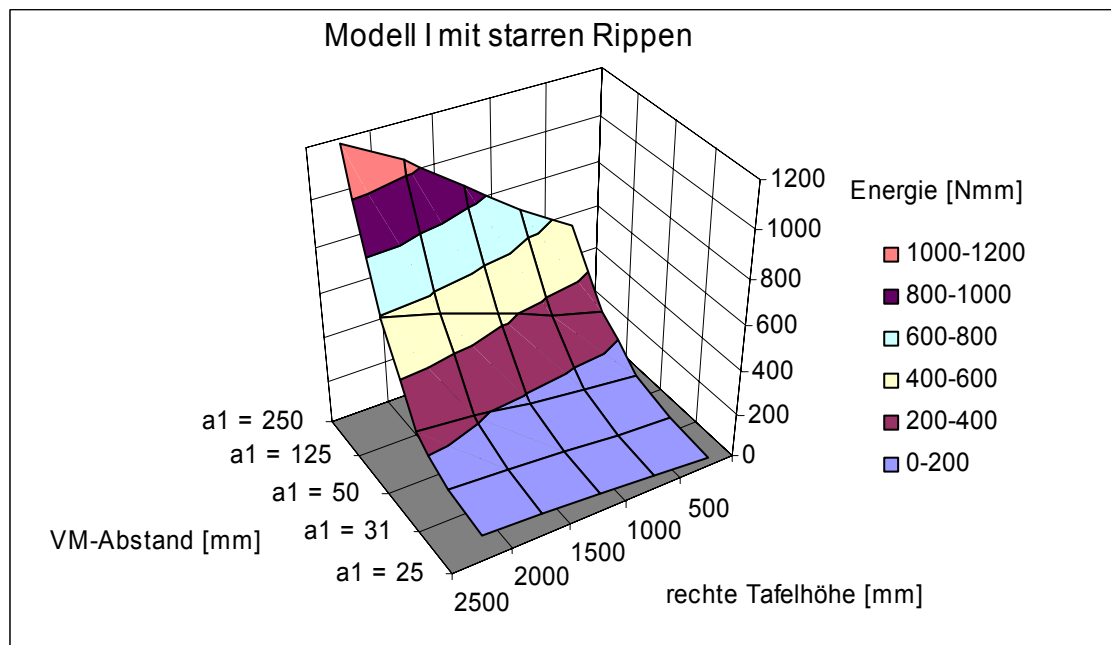


Abb. 5-16: Äußere Energien von Modell I für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Abb.5-17 zeigt die Werte der Formänderungsenergieanteile der einzelnen Bauteile für verschiedene VM-Abstände in Abhängigkeit von der rechten Tafelhöhe. Die Formänderungsenergie der senkrecht zu den Rippen wirkenden Federkräfte ist

unabhängig von der rechten Tafelhöhe fast konstant. Die Anteile der Federn // und der Federn \perp an der gesamten Formänderungsenergie sind bei einer Neigung der Kopfrippe von 45° bzw. $h_{\text{rechts}} = 1250$ mm gleich groß.

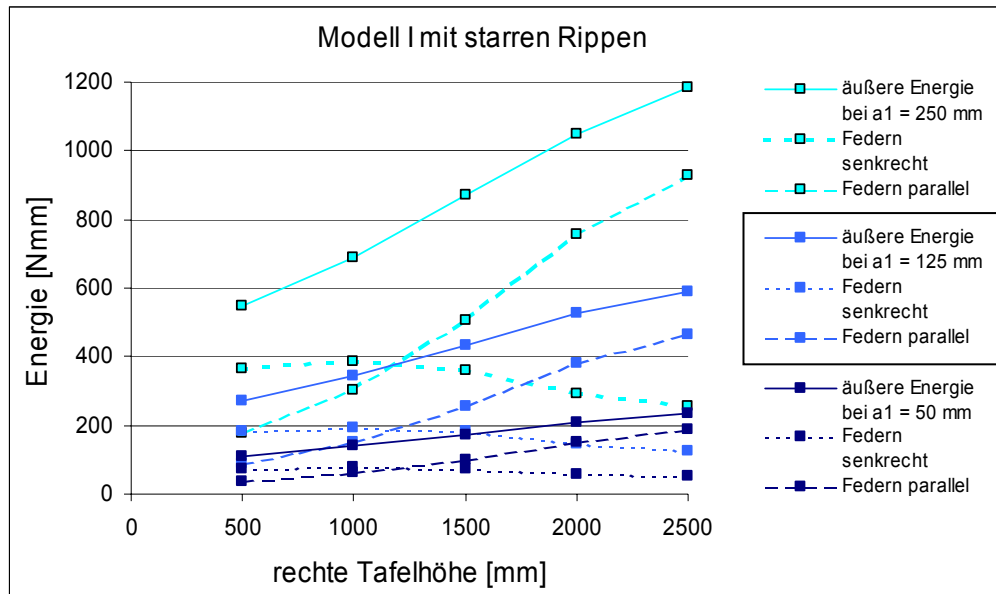


Abb. 5-17: Energieanteile von Modell I für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Modell mit steifen Rippen

Berücksichtigt man bei den Modellen die Rippensteifigkeit, bleibt gemäß Abb.5-18 bei konstantem VM-Abstand, aber unterschiedlichen Tafelgeometrien ein gleichbleibendes Niveau der Verformungsenergie. Die Steifigkeit des Modells wird bei Verkleinerung der rechten Tafelhöhe nur unwesentlich geringer.

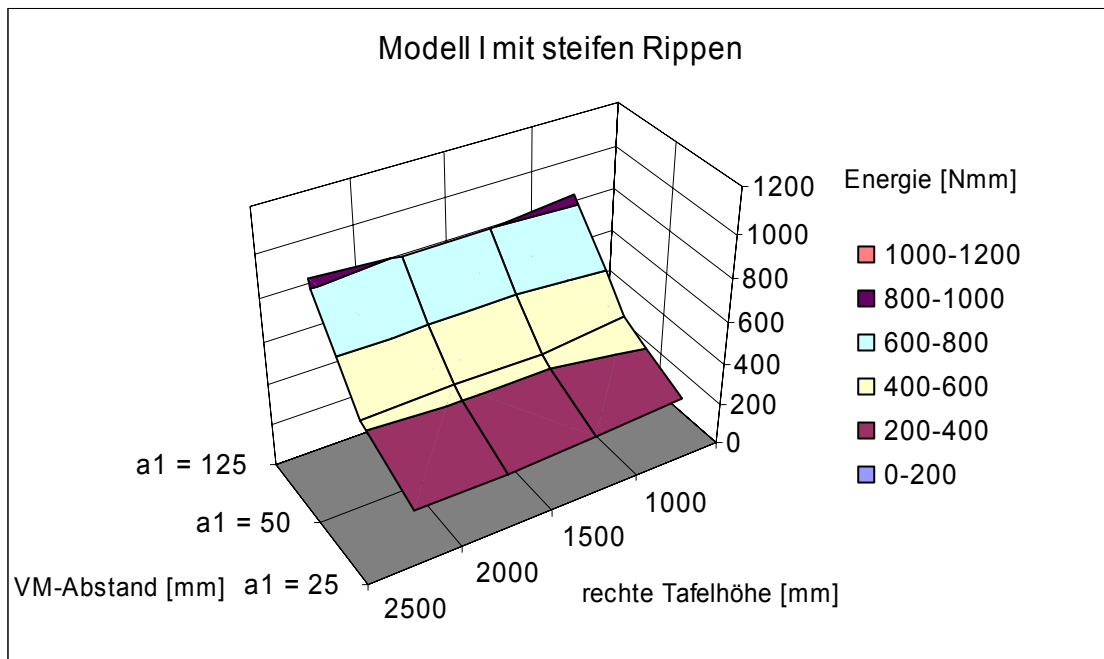


Abb. 5-18: Äußere Energien des Modells I für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Abb.5-19 zeigt, dass die Formänderungsenergien infolge Normalkräften, Momenten und Federn \perp bei Verkürzung der rechten Tafelhöhe zunehmen. Die Anteile aus Federn \parallel verringern sich dementsprechend. Erst für rechte Tafelhöhen von $h_{rechts} \geq 1500$ mm nimmt die äußere Energie zu.

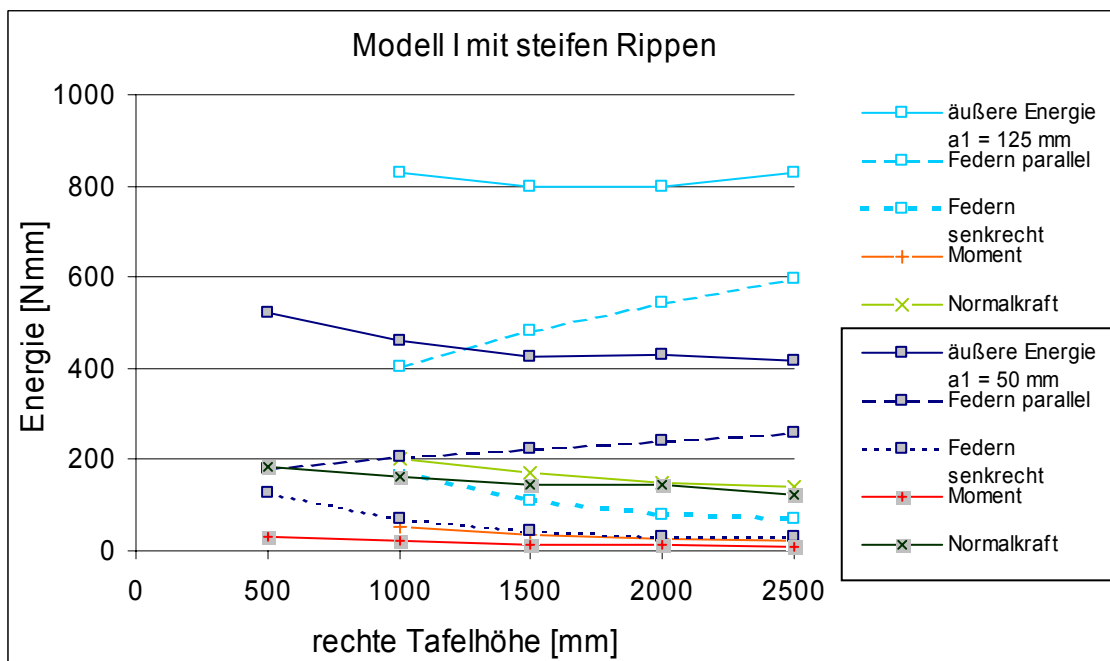


Abb. 5-19: Energieanteile von Modell I für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Bei einer Verkürzung der rechten Tafelhöhe ergeben sich für $a_1 = 125$ mm bis $a_1 = 25$ mm folgende prozentuale Anteile an der gesamten Formänderungsenergie:

Energieanteile	$h_{d,rechts} = 2500$ mm vgl. Kap. 5.1.1	$h_{d,rechts} = 1000$ mm	$h_{d,rechts} = 0$ mm
aus Federn //	72 % bis 54 %	49% bis 42%	12% bis 17%
aus Federn \perp	8% bis 7%	21% bis 14%	50% bis 45%
aus N-Kraft der Rippen	17 % bis 37%	24% bis 40%	25% bis 30%
aus Biegung der Rippen	3% bis 2%	6% bis 4%	13% bis 10%

Tabelle 5.3: Anteile der Formänderungsenergie für unterschiedliche Tafelgeometrien

Bei schlaffer Bettung zwischen Rippen und Beplankung liegt der prozentuale Anteil aus Federn // extrem hoch. Verringert man den VM-Abstand, ergeben sich größere prozentuale Anteile aus den Normalkräften der Rippen. Die Energien aus Normalkraft sind bei allen untersuchten Tafelgeometrien und VM-Abständen fast konstant. Bei steifer Bettung sinkt die äußere Energie und damit die gesamte Formänderungsenergie der Bauteile; somit werden die prozentualen Anteile aus der Normalkraft an der Gesamtenergie zwangsläufig größer.

Das Verhältnis der Energieanteile aus den Federkräften, die parallel zu den Rippen wirken, zu den Energieanteilen aus den Federkräften, die senkrecht zu den Rippen wirken, verlagert sich bei Verringerung der rechten Tafelhöhe zu den Federn \perp . Bei einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 1000$ mm beträgt das Verhältnis:

$$\frac{\Pi_{\text{Federn //}}}{\Pi_{\text{Federn } \perp}} \approx \frac{3}{1}$$

5.3.2 Modell II / Schubfeldmodell

Modell mit starren Rippen

Ausgehend von einer rechteckigen Tafel ($h_{d,rechts} = 2500$ mm) zeigt Abb.5-20 für trapezförmige Tafeln die erheblichen Auswirkungen einer Vergrößerung des VM-Abstandes auf die äußere Energie für das Modell II mit starren Rippen. Bei weicher Bettung zwischen Beplankung und Rippen hat die Tafelgeometrie großen Einfluss auf das Tragverhalten. Die gesamte Verformungsenergie wird mit zunehmendem VM-Abstand und / oder einer Verkleinerung der rechten Tafelhöhe

größer. Somit wird das Modell II bei niedrigen rechten Tafelhöhen im Gegensatz zum Modell I weicher.

Die folgende Gleichung der Verformung am Lasteinleitungspunkt des Tafellements beschreibt tendenziell diesen Effekt aufgrund der Geometrieänderung bei horizontaler Lasteinleitung.

$$u_x = \frac{1}{10^6} \cdot 6,13 \cdot a_1 \cdot F \cdot \left(-\frac{1}{10^4} \cdot 5 \cdot h_{d,rechts} + 2,25 \right) \quad (5.13)$$

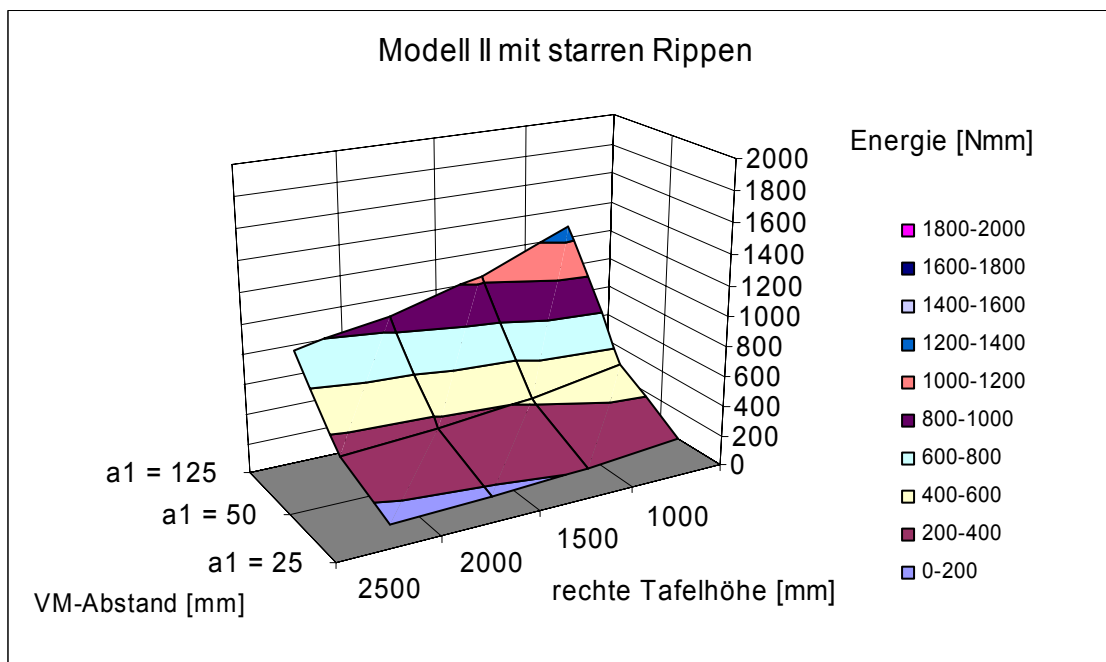


Abb.5-20: Äußere Energien des Modells II für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Die Formänderungsenergien der einzelnen Bauteile für verschiedene VM-Abstände in Abhängigkeit von der rechten Tafelhöhe zeigt Abb.5-21. Unabhängig vom VM-Abstand ist die Formänderungsenergie der senkrecht zu den Rippen wirkenden Federkräfte ab einer rechten Tafelhöhe von 1500 mm fast konstant. Diese Energie ist bei einer rechten Tafelhöhe von 1000 mm unabhängig vom VM-Abstand mit der des Modells I fast identisch.

Diese Formänderungsenergien entstehen beim Modell II nur im Lasteinleitungsbereich. Bei einer Neigung der Kopfrippe von 45° betragen die prozentualen Anteile der Federn // 85% und der Federn \perp demzufolge 15% an der gesamten Formänderungsenergie. Es ergibt sich somit nicht die gleiche Aufteilung wie beim Modell I.

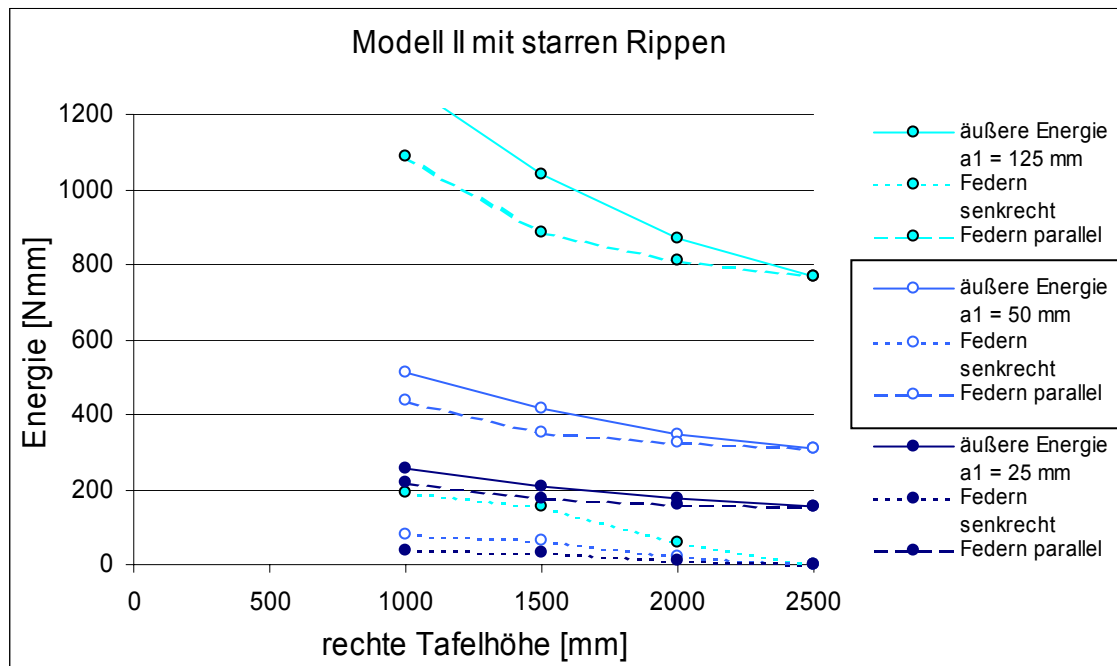


Abb. 5-21: Energieanteile von Modell II für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Lasteinleitung parallel zu den starren Rippen

Die Lasteinleitung parallel zu den Rippen ergibt eine Verringerung der Formänderungsenergie bei $h_{d, rechts} = 2000$ mm um 14% und bei $h_{d, rechts} = 1000$ mm um 20% im Vergleich zur horizontalen Lasteinleitung (vgl. Abb.5-14). Abb.5-22 zeigt, dass die Werte aus Federn // zur Rippe bei beiden Lasteinleitungen fast übereinstimmen.

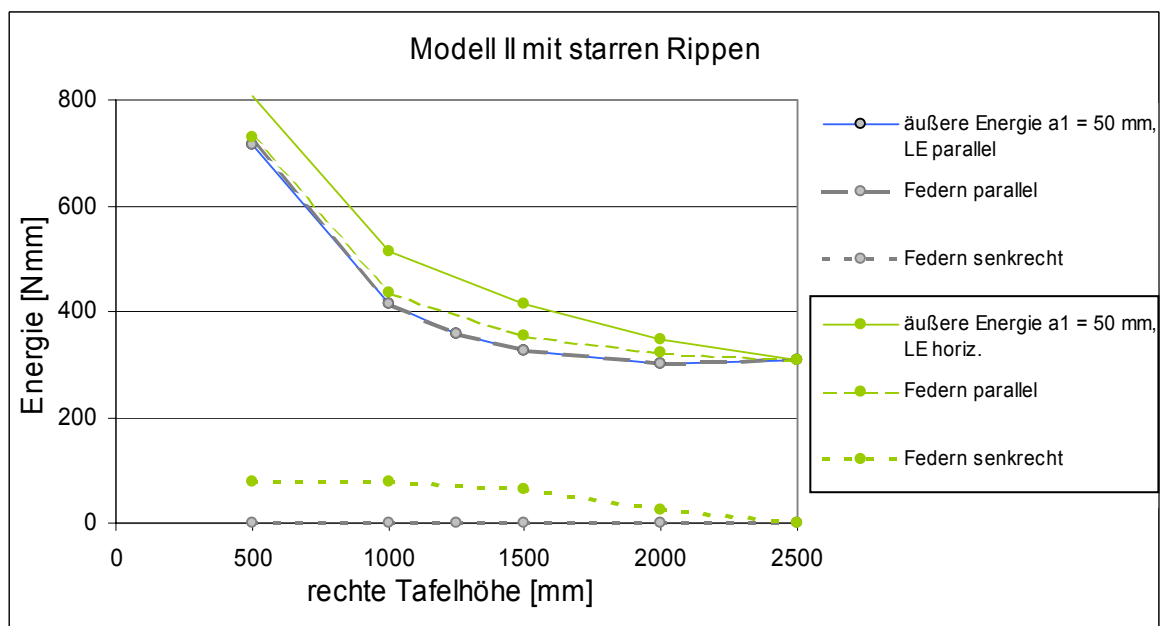


Abb. 5-22: Energieanteile des Modells II für unterschiedliche Tafelgeometrien und Lasteinleitungen

Die Verringerung ergibt sich somit aus dem Wegfall der Formänderungsenergieanteile der Federn \perp .

Modell mit steifen Rippen

Die deutlichen Auswirkungen auf die äußeren Energiewerte, bei einer Verkürzung der rechten Tafelhöhe des Modells II mit steifen Rippen, sind für alle VM-Abstände in Abb.5-23 zu sehen. Je kürzer die rechte Tafelhöhe und / oder je größer der VM-Abstand bei diesem Modell II ist, desto weniger Steifigkeit weist das Modell unter Ansatz steifer Rippen auf.

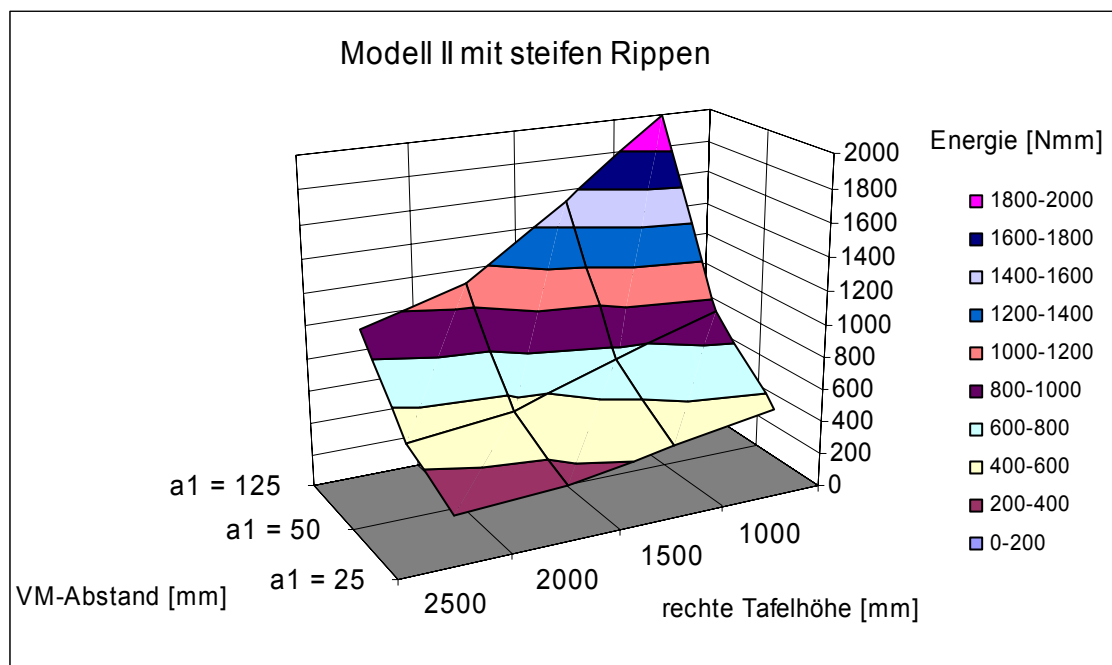


Abb. 5-23: Äußere Energien von Modell II für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Anhand Abb.5-24 ist zu erkennen, dass die Formänderungsenergien infolge der Feder- und Biegebeanspruchung bei einer Verkürzung der rechten Tafelhöhe zunehmen. Die entsprechenden Anteile aus Normalkraft verringern sich dabei. Die Energiewerte aus Normalkraft der Rippen bleiben jedoch fast konstant.

Die Änderung der Aufteilung der Formänderungsenergien angesichts der Verkürzung der rechten Tafelhöhe wird jeweils für $a_1 = 125$ mm bis $a_1 = 25$ mm mit Hilfe folgender Tabelle verdeutlicht.

Energieanteile	$h_{d,rechts} = 2500 \text{ mm}$ (vgl. Kap. 5.1.2)	$h_{d,rechts} = 1000 \text{ mm}$	$h_{d,rechts} = 0 \text{ mm}$
aus Federn //	83% bis 60 %	55% bis 43%	21% bis 18%
aus Federn \perp	0%	30% bis 33%	57% bis 55%
aus N-Kraft der Rippen	17 % bis 40%	6% bis 17%	7% bis 15%
aus Biegung der Rippen	0%	9% bis 8%	15% bis 12%

Tabelle 5.4: Anteile der Formänderungsenergie für verschiedene Tafelgeometrien

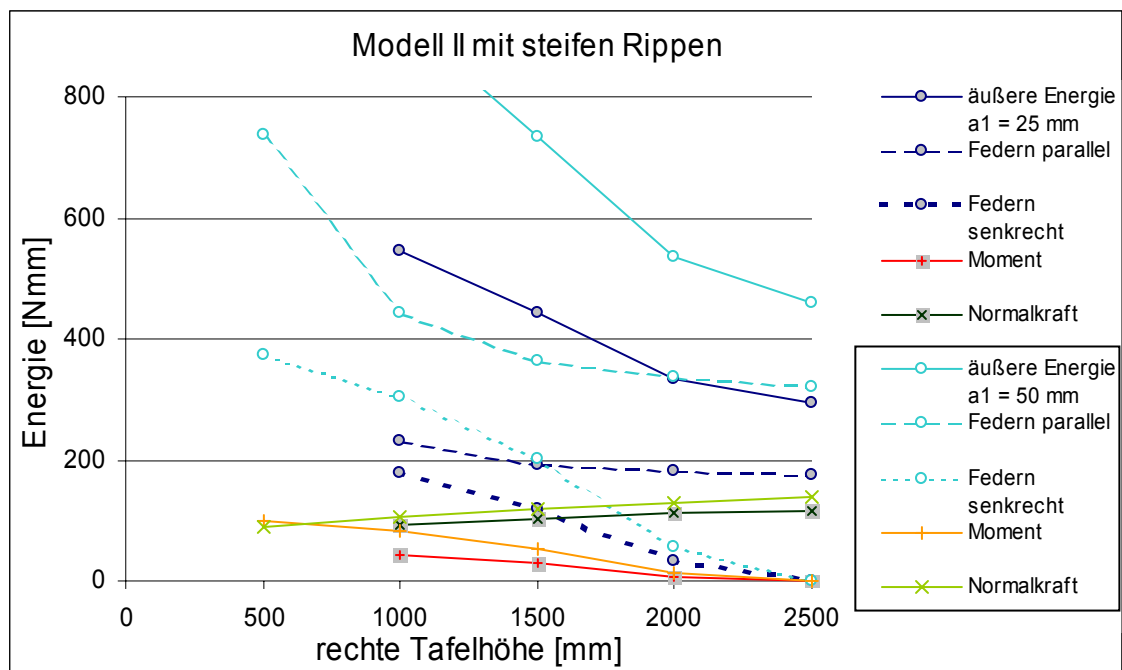


Abb. 5-24: Energieanteile vom Modell II für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Den größten Anteil an der gesamten Formänderungsenergie haben die Federn //. Eine Verkleinerung der rechten Randrippe lässt die prozentualen Anteile aus Federn \perp an der Formänderungsenergie erheblich steigen. Die Anteile aus der Normalkraft verringern sich hierbei und liegen unter denen aus der Rippenbiegung. Verringert man den VM-Abstand, ergeben sich größere prozentuale Anteile aus den Normalkräften der Rippe und den Federn \perp . Die Energiewerte aus Normalkraft sind bei diesem Modell II für alle Tafelgeometrien und alle VM-Abstände fast konstant. Bei steifer Bettung verringert sich die gesamte Formänderungsenergie, dadurch werden die prozentualen Anteile aus der Normalkraft an der Gesamtenergie größer. Bei diesem Modell liegen die Normalkraftanteile weit unter denen des Modells I. Die äußere Energie wird hier mehr von den Verbindungsmitteln aufgenommen.

Das Verhältnis der Energieanteile aus Federn // zu Federn \perp ergibt sich bei Verringerung der rechten Tafelhöhe auf $h_d = 1000$ mm zu:

$$\frac{\Pi_{\text{Federn //}}}{\Pi_{\text{Federn } \perp}} \approx \frac{1,3}{1} \text{ bis } \frac{1,8}{1} \text{ für } a_1 = 25 \text{ mm bis } a_1 = 125 \text{ mm.}$$

Trotz der nicht vorhandenen Rippenverbindungen sind bei dieser Tafelgeometrie die Formänderungsenergien aus Federn // immer noch größer als die Energien aus Federn \perp .

Lasteinleitung parallel zu den steifen Rippen

Aus der Lasteinleitung parallel zu den Rippen folgt nach Abb.5-15 im Vergleich zur horizontalen Lasteinleitung eine prozentuale Verringerung der Formänderungsenergie für $h_{d, \text{rechts}} = 2000$ mm um 17% bis 11% und für $h_{d, \text{rechts}} = 1000$ mm um 38% bis 29% jeweils bezogen auf VM-Abstände von $a_1 = 125$ mm bis $a_1 = 25$ mm. Abb.5-25 zeigt, dass dies fast nur durch das Wegfallen der Anteile aus Federn \perp und Biegung bei einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen geschieht.

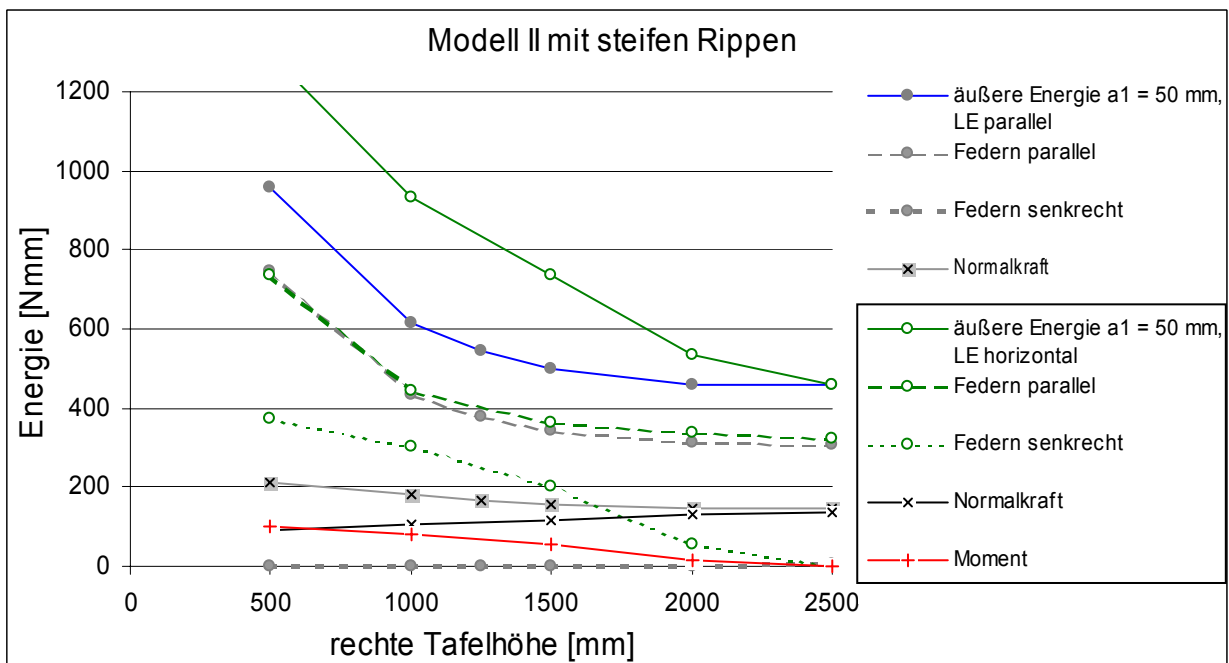


Abb. 5-25: Energieanteile des Modells II für unterschiedliche Tafelgeometrien und Lasteinleitungen

Die Formänderungsenergien der Federn // sind bei beiden Lasteinleitungsarten fast identisch. Die Verformungsenergien aus Normalkräften sind bei beiden Lasteinleitungen nahezu invariant gegenüber einer Änderung der rechten

Tafelhöhe. Diese Formänderungsenergie steigt jedoch für die Lasteinleitung parallel zu den Rippen bei Verkürzung der rechten Tafelhöhe geringfügig an.

5.3.3 Modell III mit starrem Kontaktstoß der Rippen

Die Berücksichtigung des Kontaktstoßes führt zu wesentlich geringeren Formänderungsenergien als beim Modell II. Abb.5-14 zeigt die erheblichen Unterschiede bei kurzen rechten Tafelhöhen. Wie beim Modell I führt der starre Kontakt der starren Rippen bei kürzeren rechten Tafelhöhen zu einer Versteifung des Modells, so dass die Modellvarianten mit kurzen rechten Tafelhöhen geringere äußere Energien aufweisen als die rechteckigen Modellvarianten.

Die Einflüsse des Kontaktstoßes sowie die Veränderung der Energieanteile bei Lasteinleitung parallel zu den Rippen wird nachfolgend am Modell IV beschrieben, da an diesem Modell eine detailliertere Beschreibung der einzelnen Formänderungsenergieanteile der Bauteile gezeigt werden kann.

5.3.4 Modell IV mit steifem Kontaktstoß der Rippen

Modell mit starren Rippen

Die Formänderungsenergieanteile des Modells IV unterscheiden sich bei Annahme starrer Rippen von denen des Modells III (vgl. Abb.5-14). Bei Ansatz steifer Rippen ergeben sich nach Abb.5-15 kaum Divergenzen.

Abb.5-26 zeigt die geringen Auswirkungen einer Verkleinerung der rechten Tafelhöhe auf die äußeren Energien des Modells IV mit starren Rippen bei unterschiedlichen VM-Abständen.

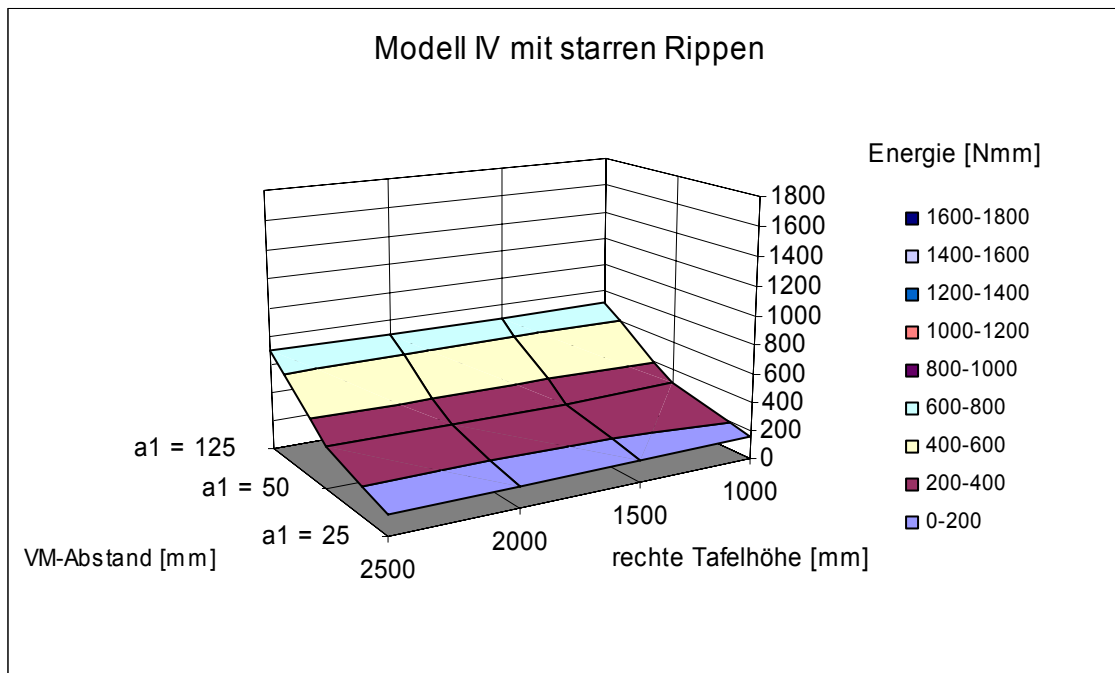


Abb. 5-26: Äußere Energien von Modell IV für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Die Werte der Formänderungsenergien der einzelnen Bauteile zeigt Abb.5-27 für verschiedene VM-Abstände in Abhängigkeit von der rechten Tafelhöhe. Bezüglich der Energien aus den senkrecht zu den Rippen wirkenden Federkräften ergeben sich die gleichen Effekte wie bei den Modellen I und II. Unabhängig vom VM-Abstand ist die Formänderungsenergie dieser Federkräfte fast konstant.

Die Verkürzung der rechten Tafelhöhe ergibt bei unterschiedlichen VM-Abständen ($a_1 = 125$ mm bis 25 mm) folgende Veränderung der prozentualen Anteile an der gesamten Formänderungsenergie:

Energieanteile	$h_{d,rechts} = 2500$ mm (vgl. Kap. 5.1.4)	$h_{d,rechts} = 1000$ mm
aus Federn //	92% bis 94%	62% bis 63%
aus Federn \perp	7% bis 5%	32% bis 22%
aus Kontaktstoß der Rippen	0,4% bis 1%	6% bis 15%

Tabelle 5.5: Anteile der Formänderungsenergien für unterschiedliche Tafelgeometrien

Es sind kaum Unterschiede zwischen Modellvarianten mit großen oder mit kleinen VM-Abständen zu verzeichnen. Infolge der Längenreduzierung der rechten Randrippe steigen die prozentualen Anteile der Federn \perp und des Kontaktstoßes an der Formänderungsenergie erheblich. Die Werte der Formänderungsenergie des Kontaktstoßes sind dabei für alle VM-Abstände nahezu konstant. Demzufolge

erhöht sich der entsprechende relative Anteil bei geringerem VM-Abstand. Das Verhältnis der Energieanteile aus Federn // zu Federn \perp ergibt sich bei $h_{d,rechts} = 1000$ mm zu:

$$\frac{\Pi_{\text{Federn //}}}{\Pi_{\text{Federn } \perp}} \approx \frac{2}{1} \text{ bis } \frac{3}{1} \text{ für } a_1 = 125 \text{ mm bis } a_1 = 25 \text{ mm.}$$

Durch die Kontaktstöße ist somit bei geringen VM-Abständen die gleiche Aufteilung der Federenergien entsprechend Modell I vorhanden.

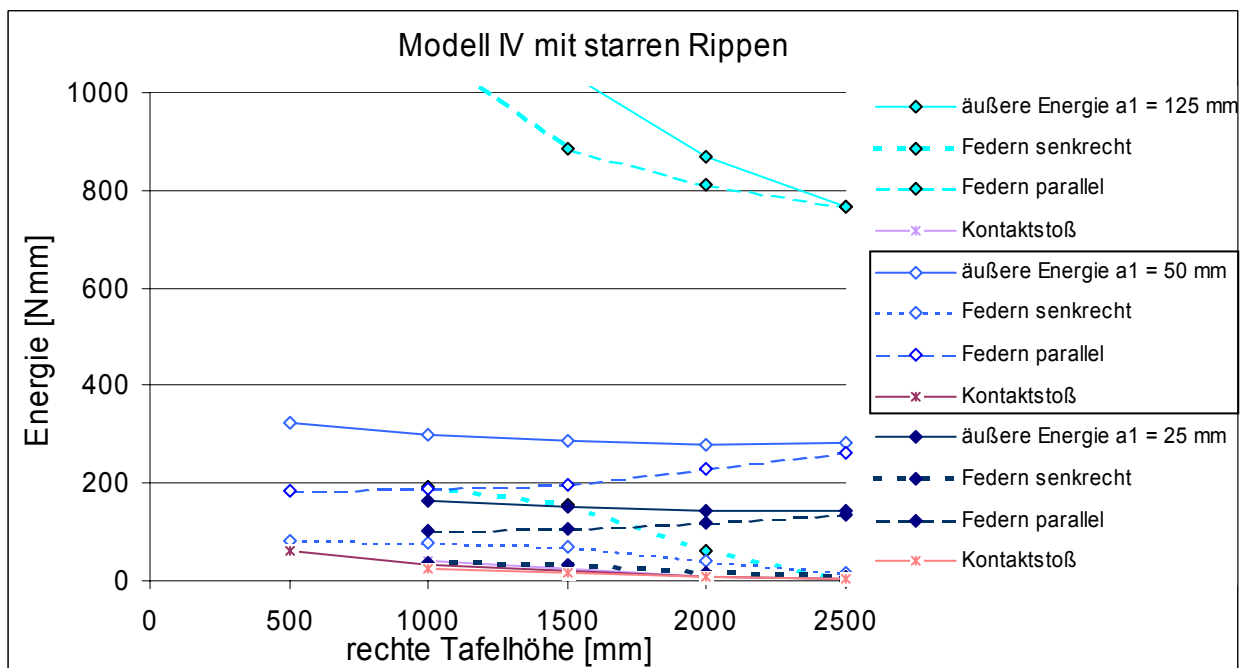


Abb.5-27: Energieanteile des Modells IV für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Lasteinleitung parallel zu den starren Rippen

Die prozentualen Anteile der Formänderungsenergien der einzelnen Bauteile bei Lasteinleitung parallel zu den Rippen verändern sich nur unwesentlich gegenüber den Anteilen bei horizontaler Lasteinleitung. Das Verhältnis der Energieanteile aus Federn // zu Federn \perp bleibt ebenfalls tendenziell erhalten. Prozentual verringern sich die äußeren Energien bei einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen für $h_{d,rechts} = 2000$ mm um - 9%, für $h_d = 1500$ mm um - 17% und für $h_{d,rechts} = 1000$ mm um - 25%.

Modell mit steifen Rippen

Abb.5-28 zeigt die extremen Auswirkungen einer Verkürzung der rechten Tafelhöhe beim Modell IV mit steifen Rippen bei allen VM-Abständen auf die

äußere Energie. Es zeigt sich ein fast identisches Verhalten zu Modell II, jedoch auf einem niedrigeren Energieniveau.

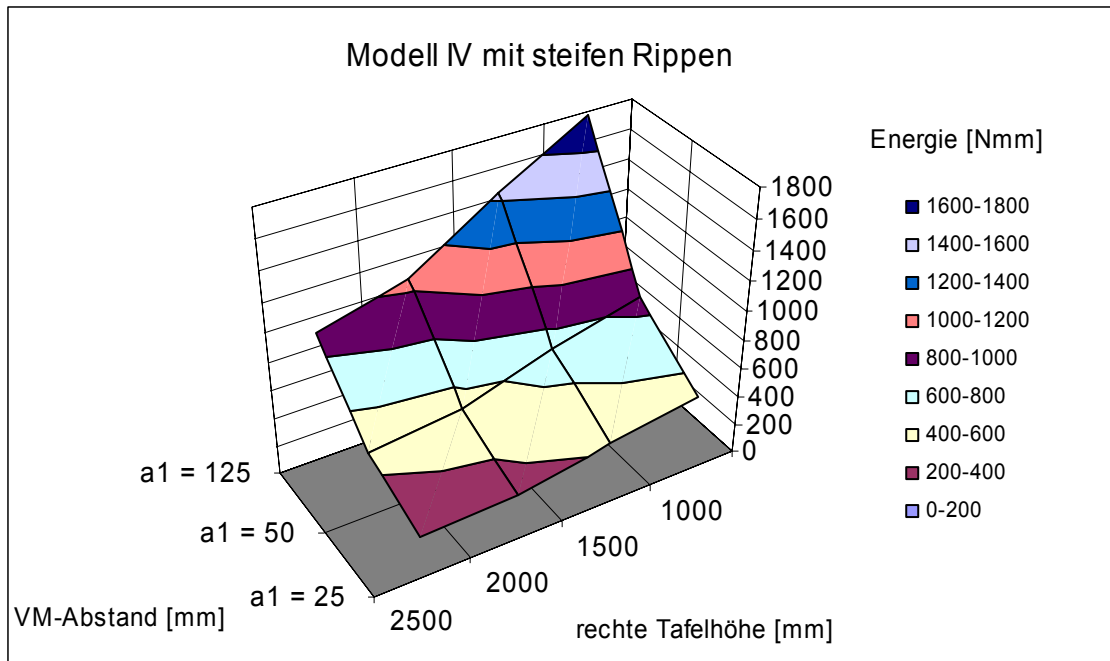


Abb.5-28: Äußere Energien von Modell IV für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Die Formänderungsenergie aus den Federn \perp und der Biegung der Rippen bei Verkürzung der rechten Tafelhöhe nimmt zu (Abb.5-29).

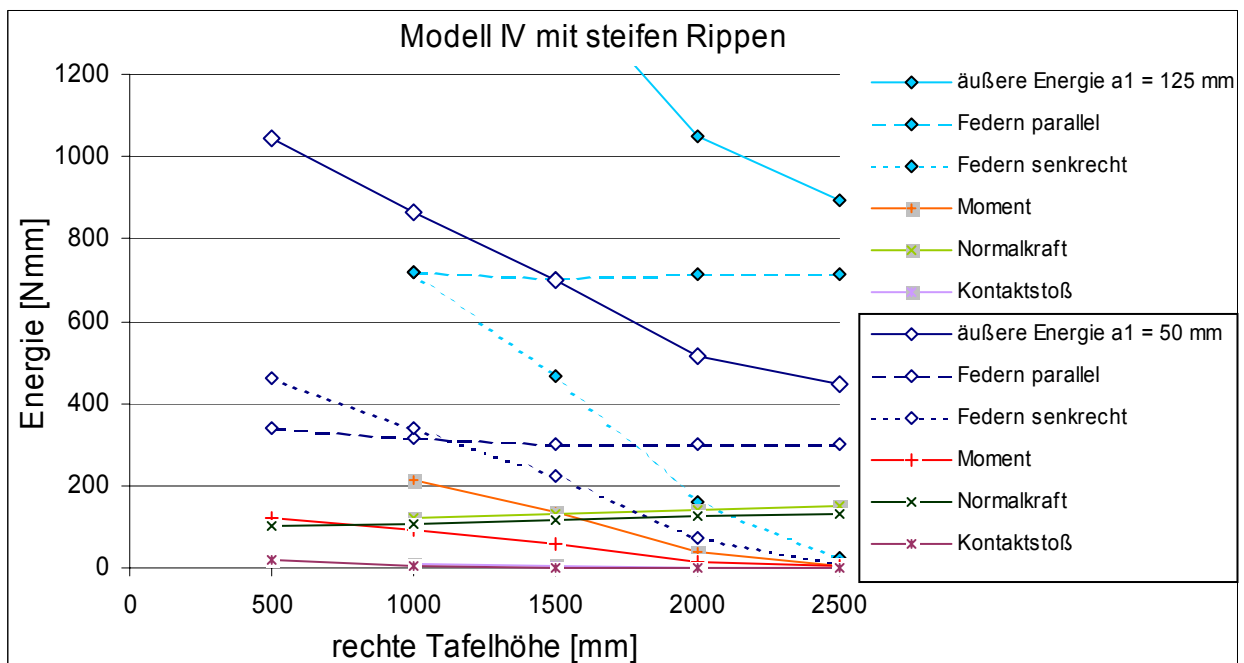


Abb. 5-29: Energieanteile des Modells IV für unterschiedliche Tafelgeometrien und VM-Abstände

Die Energie infolge Normalkraft verringert sich nur geringfügig und die der Federn // bleibt bei einer Verkürzung der rechten Tafelhöhe fast konstant.

Die prozentualen Anteile der einzelnen Bauteile an der gesamten Formänderungs-energie bei unterschiedlichen rechten Tafelhöhen für $a_1 = 125 \text{ mm}$ bis $a_1 = 25 \text{ mm}$ sind hier tabellarisch aufgeführt:

Energieanteile	$h_{d,rechts} = 2500 \text{ mm}$ (vgl. 5.1.4)	$h_{d,rechts} = 1000 \text{ mm}$
aus Federn //	80% bis 58 %	41% bis 35%
aus Federn \perp	3% bis 2%	41% bis 38%
aus Biegung der Rippen	0,7% bis 0,5%	12% bis 9%
aus Normalkraft der Rippen	17% bis 39%	7% bis 18%
aus Kontaktstoß der Rippen	0% bis 0,3	0,5% bis 0,7%

Tabelle 5.6: Anteile der Formänderungsenergien für unterschiedliche Tafelgeometrien

Es ergeben sich hier fast die gleichen Effekte wie beim Modell II mit steifen Rippen. Beim Modell IV sind die Einflüsse aus den Federn \perp aufgrund der Kontaktstöße erheblich größer, so dass bei einer geringen rechten Tafelhöhe ($h_{d,rechts} = 1000 \text{ mm}$) die Anteile aus Federn // und Federn \perp gleich groß sind:

$$\frac{\Pi_{\text{Federn //}}}{\Pi_{\text{Federn } \perp}} \approx \frac{1}{1}$$

Lasteinleitung parallel zu den steifen Rippen

Bei einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen folgt gemäß Abb.5-14 für $a_1 = 125 \text{ mm}$ bis $a_1 = 25 \text{ mm}$ eine Verringerung der Formänderungsenergie bei $h_d = 2000 \text{ mm}$ von -18% bis -11% und bei $h_{d,rechts} = 1000 \text{ mm}$ von -45% bis -33% im Vergleich zu einer horizontalen Lasteinleitung.

Abb.5-30 zeigt, dass die Anteile aus Federn \perp und Rippenbiegung bei der Lasteinleitung parallel zu den Rippen vernachlässigt werden können. Es ergeben sich nur aufgrund des Kontaktstoßes Beanspruchungen senkrecht zu den Rippen.

Die Verläufe der Formänderungsenergien aus den Federn // sind für beide Arten der Lasteinleitung nahezu kongruent. Auch bei einer sich ändernden Tafelgeometrie bleiben diese Werte auf einem fast konstanten Niveau. Im Gegensatz zur horizontalen Lasteinleitung steigt für die Lasteinleitung // zu den Rippen die Form-

änderungsenergie aus der Rippendehnung entsprechend dem Modell II bei geringer rechter Tafelhöhe an.

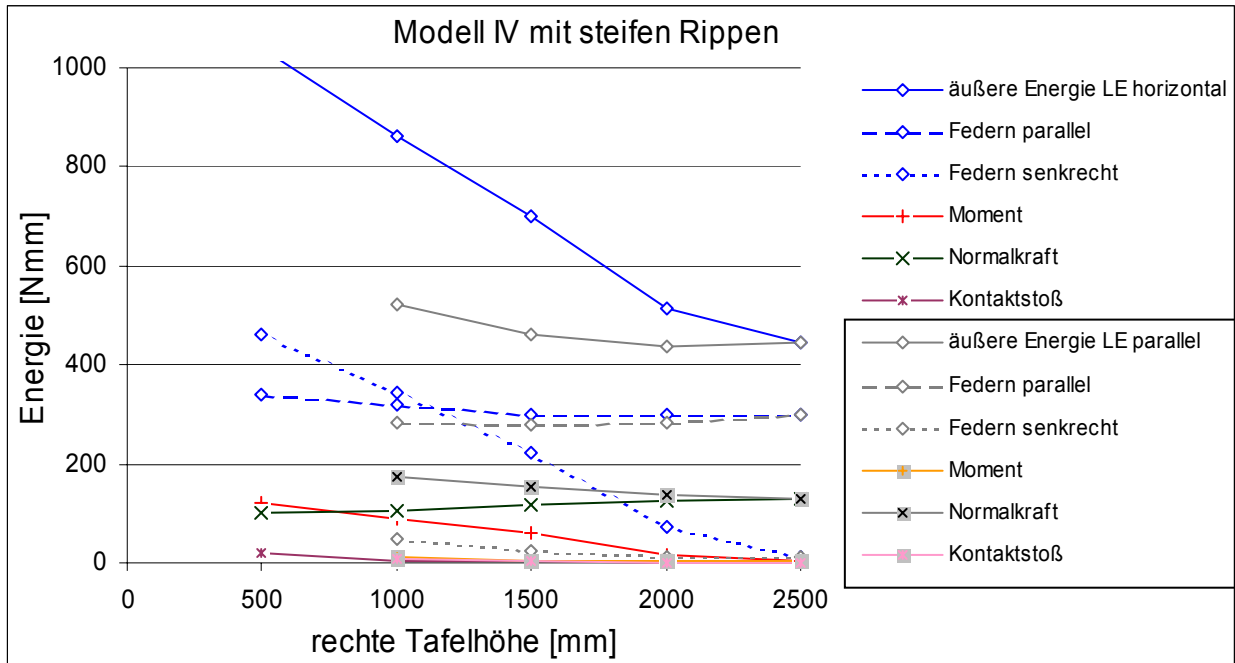


Abb.5-30: Energieanteile des Modells IV für unterschiedliche Tafelgeometrien und Lasteinleitungen

5.4 Trapezförmige Tafeln mit nichtlinearem Nageltragverhalten

Die Differenz zwischen den äußeren Energien der einzelnen Modelle ist bei Zugrundelegung eines nichtlinearen Nageltragverhaltens größer als bei den Modellvarianten mit linearem Tragverhalten. Die Modelle mit großer VM-Beanspruchung fangen bei einem niedrigeren Lastniveau an zu plastizieren. Sie weisen in diesem Zustand eine geringe Steifigkeit der Verbindungsmittel auf. Die Modelle, deren Verbindungsmittel weniger beansprucht werden, da die Rippen aneinander gekoppelt sind und zur Weiterleitung der Lasten mehr beitragen, werden erst ab einem höheren Lastniveau plastizieren. Die Steifigkeit der Verbindungsmittel bei den ersten Lastschritten ist entsprechend hoch. Die Unterschiede der äußeren Energiewerte sind für die einzelnen Modelle mit starren Rippen bei dem gewählten Lastniveau aus den oben genannten Gründen besonders groß.

5.4.1 Modell I

Bei starren Rippen sind bei dem Lastniveau von $F = 2500$ N die Beanspruchungen der Nägel zu gering, um Nichtlinearitäten des Nageltragverhaltens aufzuzeigen.

Die Formänderungsenergien der Nägel erhöhen sich unter Ansatz steifer Rippen gemäß Kap. 5.3.1, so dass sie schon unter dem Lastniveau von $F = 2500$ N plastizieren. Die Verformungsenergien erhöhen sich bei plastizierten Verbindungsmitteln deutlich und die Verhältnisse der Formänderungsenergieanteile der einzelnen Bauteile ändern sich gegenüber dem Modell mit linearem Nageltragverhalten (Abb.5-31).

Der größte Anteil der gesamten Formänderungsenergien folgt für eine Höhe $h_{d,rechts} \geq 1000$ mm aus der Normalkraft, da die Verbindungsmittel auf diesem Lastniveau für größere Höhen eine hohe Steifigkeit aufweisen und sie sich daher weniger verformen. Die Formänderungsenergie infolge der Normalkraft ist auch hier bei einer sich ändernden rechten Tafelhöhe und konstantem VM-Abstand fast gleichbleibend.

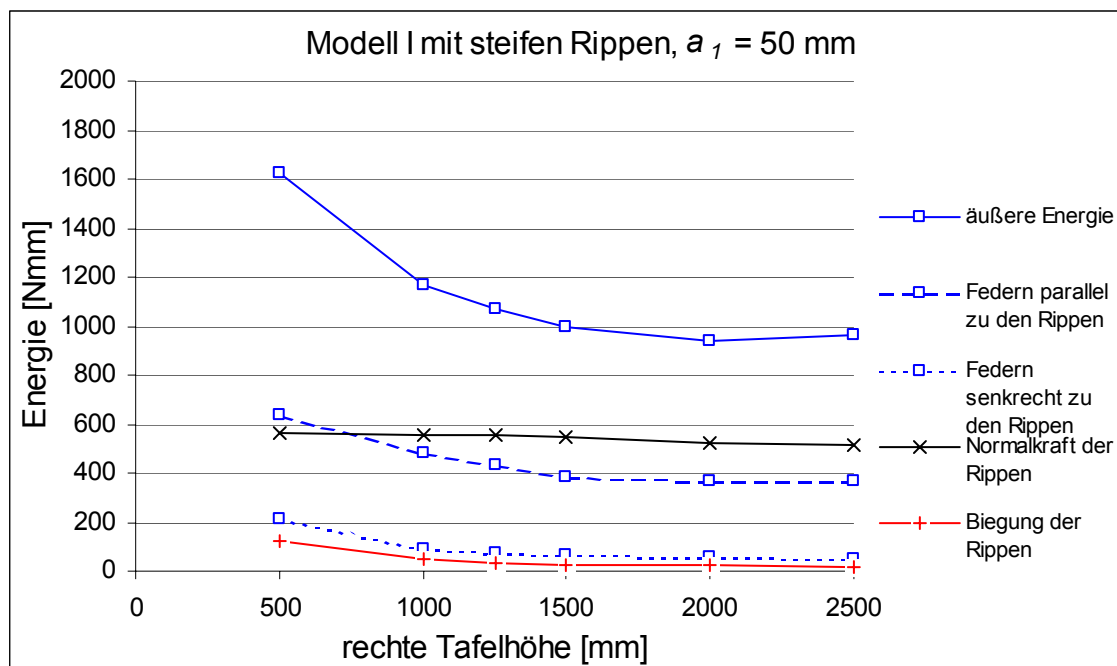


Abb.5-31: Energieanteile für verschiedene Tafelgeometrien bei nichtlinearem VM-Tragverhalten

5.4.2 Modelle II, III und IV

In den Abbildungen der Energieanteile von Modellen mit linearem VM-Tragverhalten sind die Formänderungsenergieanteile infolge Rippenbiegung immer geringer als die infolge Rippendehnung. Die Verläufe der Formänderungs-

energieanteile in Abb.5-32 für das Modell II lassen sich auf die Modelle III und IV tendenziell übertragen.

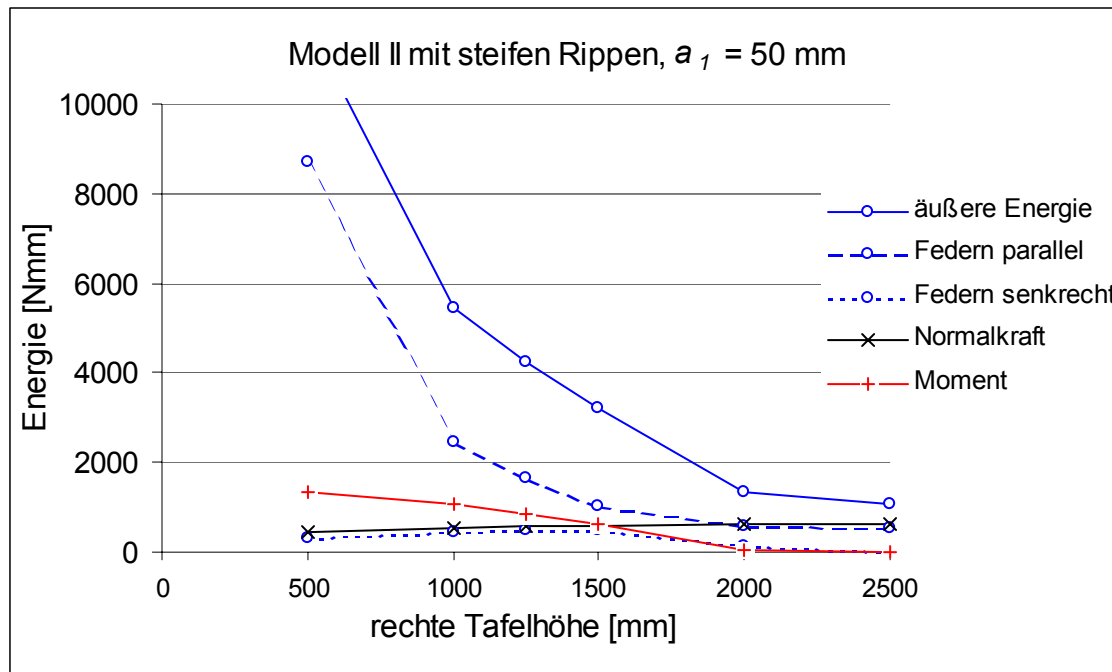


Abb.5-32: Energieanteile für unterschiedliche Tafelgeometrien bei nichtlinearem VM-Tragverhalten

Bei den untersuchten Modellen mit nichtlinearem VM-Tragverhalten sind ab einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} \leq 1500$ mm die VM-Steifigkeiten so gering, dass die Kopfrippe große Krümmungen durch die horizontale Lasteinleitung aufweist und daraus große Formänderungsenergien aus Rippenbiegung entstehen.

Die größte Zunahme an Formänderung erfahren die Federn // zu den Rippen, da die kurze rechte Rippe des Modells vollständig mit plastizierten Verbindungsmitteln besetzt ist, die lediglich über geringe Steifigkeiten verfügen und demzufolge hochgradig verformt werden.

Durch die Verdrehung der starren Beplankung ist die Verformung der Federn // größer als die der Federn \perp , da die angeschlossenen Rippen in ihrer Längsrichtung steifer sind als in ihrer Querrichtung. Die Rippen verformen sich eher infolge Biegung als infolge Dehnung, sie folgen also den Verformungen der Beplankung senkrecht zu ihrer Längsachse eher als in ihrer Längsrichtung. Dadurch entstehen senkrecht zur Rippenlängsachse geringere Verformungen für die Verbindungsmittel als in Längsrichtung.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde gezeigt, welchen Einfluss die Wahl des statischen Modells und der Konstruktionsparameter, wie z.B. die Tafelform, der VM-Abstand und die Rippensteifigkeit, auf die Beanspruchungen und Verformungen eines Holztafelelements besitzen. Die Variation der Form beinhaltet den kontinuierlichen Übergang vom Rechteck über das Trapez bis hin zum Dreieck. Dabei wurde ein in dieser Arbeit hergeleitetes Kopplungselement eingesetzt, welches zu einer erheblichen Reduzierung von Freiheitsgraden bei der Berechnung des FE-Modells führt.

Das hier beschriebene statische Modell I ist das in der Literatur am häufigsten zu findende Modell mit gelenkig untereinander verbundenen Rippen. Das Modell II besitzt dagegen keine direkte Verbindung der Rippen. Diese beiden Modelle wurden mit den Ergebnissen vorhandener Forschungsarbeiten verifiziert. Das Modell III berücksichtigt einen starren Kontaktstoß zwischen den Rippen, so dass diese sich entgegen dem Modell II im verformten Zustand nicht durchdringen können. Im Modell IV wird diesem Kontaktstoß eine definierte Steifigkeit zugewiesen.

6.1 Rechtecktafeln

Zusammenfassend für die rechteckigen Modelle mit starren Rippen ist festzustellen, dass wie vorhersehbar kein signifikanter Einfluss des VM-Abstandes auf die maximalen Beanspruchungen der Beplankung und der Rippen besteht. Die hier auftretenden Biege- und Querkraftbeanspruchungen der Rippen sind nicht bemessungsrelevant für die Tafeln. Die maximalen Beanspruchungen der Verbindungsmittel und der Beplankung reduzieren sich infolge geringerer VM-Steifigkeit bei den Modellvarianten mit steifen Rippen um -30 % bis -40 %. Die Rippenbeanspruchungen steigen dementsprechend an.

Bei integraler Betrachtung der Modelle mit starren und steifen Rippen ist das Verhältnis der Formänderungsenergieanteile der parallel zur Rippe wirkenden Federkräfte zu denen der senkrecht zur Rippe wirkenden Federkräfte in Tabelle 6.1 für die VM-Abstände von $a_1 = 25 \text{ mm}$ bis $a_1 = 250 \text{ mm}$ zusammengestellt. Beim Modell II ergeben sich ausschließlich Federkräfte, die parallel zu den Rippenlängsachsen wirken.

Modell	I	II	III und IV
Starre Rippen	3,8	∞	13 bis 18
Steife Rippen	8 bis 9	∞	24 bis 29

Tabelle 6.1: Verhältniszahlen der Formänderungsenergien von Federn // zu Federn \perp

Lokal betrachtet ergeben sich in den Eckbereichen, d.h. die ersten 20 cm ab der Tafelecke, der Modelle I, III und IV mit starren Rippen fast ausgeglichene Verhältnisse der Energieanteile. Der Ecknagel hat eine fast gleiche oder größere Kraftkomponente senkrecht zur Rippe als parallel zur Rippe, wobei diese Nägel der Kopf- bzw. Fußrippe zugeordnet sind. Die Gültigkeit dieser Ergebnisse ist somit nur gegeben, wenn die Randabstände der Verbindungsmittel zur Tafelaußenkante eingehalten sind (vgl. Kap. 1.2).

Unter der Annahme von steifen Rippen bilden die beiden Formänderungsenergieanteile aus der Rippendehnung und den Federkräften, die parallel zu den Rippen wirken, den Hauptanteil der gesamten Formänderungsenergie bei allen Tafelmodellen. Die Steifigkeiten der einzelnen Modelle unterscheiden sich durch den Ansatz steifer Rippen nicht mehr so stark voneinander wie beim Ansatz starrer Rippen.

Bei den rechteckigen Modellen mit steifen Rippen verringern sich die maximalen Momenten- und Querkraftbeanspruchungen der Rippen im Vergleich zu den Modellen mit starren Rippen um mindestens 50%. Die Werte bleiben also noch weiter unter den Grenzwerten der Beanspruchbarkeit und sind daher nicht bemessungsrelevant.

Die maximalen Schubbeanspruchungen der Beplankungen erhöhen sich bei großer VM-Steifigkeit um bis zu 65%; sie bleiben jedoch weit unter dem Wert der Beanspruchbarkeit.

Die maximalen Nagelkräfte steigen bei kleinem VM-Abstand für das Modell I um das 2,2fache, für das Modell II um das 2fache und für die Modelle III und IV um 80 % gegenüber den Modellen mit starren Rippen an. Bei großem VM-Abstand ergibt sich ein Anstieg der maximalen Kräfte um ca. 20 % bis 40 %.

Im Vergleich zu den Modellvarianten mit starren Rippen verdoppeln sich die Verformungen aller Modelle bei großen VM-Steifigkeiten, hingegen vergrößern sich die Verformungen bei geringen VM-Steifigkeiten nur um 20 % bis 40 %.

Es sind also z.T. extreme Unterschiede zwischen den Modellen mit starren und steifen Rippen zu verzeichnen. Beim Modell II fällt der Unterschied für verschiedene VM-Steifigkeiten am geringsten aus. Die bisherigen Forschungsarbeiten mit Ansätzen von starren Rippen in statischen Modellen von Holztafeln führen diese Unterschiede nicht auf. Im Gegensatz zu Versuchsergebnissen weisen die für die Berechnung von Holztafeln entwickelten Modelle aber oft ein viel zu steifes Verformungsverhalten auf. Durch die Untersuchungen ist es jetzt möglich, die für den Unterschied entscheidenden Parameter auch größenmäßig anzugeben.

6.1.1 Fazit und Ausblick

Der Einfluss der in der Praxis vorhandenen Schrägnagelung der Holzrippen hat auf die Richtung der VM-Kräfte im Eckbereich des Tafelements nur bei Annahme starrer Rippen erhebliche Auswirkungen auf das Tragverhalten und die Steifigkeit der Modelle.

Die Untersuchungen zeigen, dass schon bei Annahme steifer Rippen alle Modelle annähernd das Tragverhalten entsprechend Modell II aufweisen. Wird ein nichtlineares VM-Tragverhalten angesetzt, sind kaum noch Auswirkungen durch die Rippenverbindungen auszumachen. Die VM-Beanspruchungen im Eckbereich der Tafel verlaufen unmittelbar bevor sich der Bruchzustand einstellt nahezu parallel zu den Rippenachsen. Es ergibt sich somit eine fast reine Schubbeanspruchung der Beplankung. Hieraus folgt, dass der Tragfähigkeitsnachweis der Tafelbauteile anhand von Modell II erfolgen kann. Dieses Modell ist statisch bestimmt und somit kann der Spannungszustand des Modells allein aus den Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden. Beim Nachweis der Nageltragfähigkeit genügt es, die ungünstigere Wirkungsrichtung der im Eck- und Lasteinleitungsbereich erhöhten Nagelkräfte durch einen 10%igen Aufschlag an VM-Beanspruchung abzudecken. Speziell in den Eckbereichen des Tafelements muss deshalb auf die Einhaltung der Randabstände der Verbindungsmittel zum Tafelrand besonders geachtet werden.

Ein Gebrauchstauglichkeitsnachweis unter der Verwendung des statischen Modells II anstatt des Modells I würde von geringfügig größeren vorhandenen Tavelverformungen ausgehen und dadurch den Nachweis auf ein etwas höheres Sicherheitsniveau bringen.

Aus den genannten Gründen sollten Konstruktionen von rechteckigen Tafelementen hinsichtlich des Nachweises mit dem Modell II, also dem

Schubfeldmodell geplant werden. Vorhandene Konstruktionen wurden fast immer nicht anhand dieses Modells nachgewiesen. Durch die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung wird ersichtlich, dass eine Nachweisführung aller Rechtecktafeln jetzt auch unter Zuhilfenahme des Modells II betrieben werden kann.

Scheibenartig beanspruchte Wand-, Decken- oder Dachtafeln können aus miteinander verbundenen Tafелеlementen zusammengesetzt werden. Bei diesen z.T. geometrisch komplexen und scheibenartig beanspruchten Tafeln ist die Möglichkeit gegeben, diese in einfache Schubfeldmodelle zu unterteilen und somit handschriftlich rechnerisch nachzuweisen.

6.2 Trapezförmige Tafeln

Die trapezförmigen Tafeln werden durch eine horizontale Last, die an der geneigten Kopfrippe angreift, beansprucht. Hierbei wird von einer horizontalen Lasteinleitung gesprochen. Durch konstruktive Maßnahmen lässt sich die horizontal angreifende Last in Einzelkomponenten aufteilen, so dass an der Tafel nur noch Lasten parallel zu den Rippen auftreten, die als Resultierende wiederum die horizontale Last ergeben. Es wird dann von einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen gesprochen. Für das Modell I ist die Art der Lasteinleitung aufgrund der gelenkigen Rippenverbindungen unbedeutend. Das Modell II erfährt analog der Rechtecktafel keine Biegebeanspruchungen der Rippen, wenn eine Lasteinleitung parallel zu den Rippen angesetzt wird. Da diese Bedingung in der Praxis häufig nicht eingehalten ist, wird im Folgenden von einer horizontalen Lasteinleitung ausgegangen. Abweichend hiervon wird auf die Lasteinleitung parallel zu den Rippen stets besonders hingewiesen.

Die obere geneigte Rippe ist bei trapezförmigen Tafeln sehr stark biegebeansprucht. Dieses Bauteil ist bei den Modellen mit starren Rippen ein ausschlaggebender Faktor hinsichtlich der Beanspruchbarkeit von trapezförmigen Tafeln. Eine beim Modell I vorhandene Rippenverbindung durch eine Schrägnagelung zur Lagesicherung der Rippen während der Tafelmontage kann selbst bei der geringen Last von $F = 1000 \text{ N}$ für die trapezförmigen Modelle mit starren Rippen nicht nachgewiesen werden.

Wird tendenziell das Verformungsverhalten der Modelle bei Verkürzung der rechten Tafelhöhe $h_{d,rechts}$ betrachtet, so hat das Modell I mit starren Rippen bei kleiner rechter Tafelhöhe ein steiferes Tragverhalten als bei einer Rechtecktafel dieses Modells. Das Modell I trägt einen großen Anteil der Last über die starren Rippen in die Auflager ab. Das Verformungsverhalten des Modells I für die

veränderte Tafelgeometrie steht im Gegensatz zu den übrigen Modellen, die bei kleiner werdender rechter Tafelhöhe zunehmend größere Verformungen aufweisen.

Bei den Modellen II, III und IV mit steifen Rippen liegen die maximalen Werte der Beanspruchungen im Bereich der Lasteinleitung. Bei den Modellen III und IV erhöhen sich bei einer Verkürzung der rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} = 2500$ mm auf $h_{d,rechts} = 1000$ mm die Momenten- und Querkraftbeanspruchungen um das 3- bis 6fache. Das Modell I weist durch die vorhandene Rippenverbindung erheblich geringere Beanspruchungen auf. Bei einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen treten die maximalen Biegespannungen nicht mehr am Lasteinleitungsbereich auf, sondern im Bereich des Anschlusses von oberer und rechter Rippe.

Die maximalen Schubspannungen der Beplankung erhöhen sich für die Modelle II, III und IV bei Verringerung der rechten Tafelhöhe von 2500 mm auf 1000 mm um das 20- bis 25fache. Bei paralleler Lasteinleitung haben alle Modelle aufgrund der Verkürzung der Tafelhöhe nur die 3- bis 6fach größeren Schubspannungen gegenüber Rechtecktafeln.

Der Ort der maximalen Nagelkraft ist bei der Lasteinleitung parallel zu den Rippen immer auf der kürzesten Rippe zu finden. Die maximale Nagelkraft ist bei dieser Lasteinleitung um das 3- bis 4fache geringer als bei horizontaler Lasteinleitung. Bei einer horizontalen Lasteinleitung sowie einer rechten Tafelhöhe von $h_{d,rechts} \leq 1500$ mm und $F = 1000$ N ist die Tragfähigkeit der Nägel am Lasteinleitungspunkt nicht mehr gegeben. Durch die vorhandene Rippenverbindung liegen die VM-Kräfte des Modells I bei einer horizontalen Lasteinleitung um das 4fache unter denen der übrigen Modelle und sind somit in etwa so groß wie die der übrigen Modelle bei einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen.

Bei Annahme steifer Rippen ist beim Modell I mit einer rechten Tafelhöhe von 1000 mm für kleine VM-Abstände eine Vergrößerung der Verformungen von nur 15 % gegenüber der Rechtecktafel zu verzeichnen. Bei den übrigen Modellen sind aufgrund dieser Geometrieänderung die Verformungswerte verdoppelt. Bei paralleler Lasteinleitung ergeben sich bei Verkleinerung der Tafelhöhe $h_{d,rechts}$ auf 1000 mm für alle Modelle Vergrößerungen der Verformungen von 10 % bis 20 % gegenüber den rechteckigen Tafeln.

6.2.1 Fazit und Ausblick

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass das Modell I mit gelenkig verbundenen Rippen bei der Untersuchung das steifste Modell darstellt. Das Modell II ohne Verbindung oder Kontakt zu den Rippen ist das Modell mit der geringsten Steifigkeit.

Beim Vergleich aller Modelle weichen durch die Lasteinleitung parallel zu den Rippen die maximalen Werte der Beanspruchungen und der Verformungen weniger voneinander ab, als dies bei horizontaler Lasteinleitung der Fall ist. Am Lasteinleitungspunkt fallen die Unterschiede der Beanspruchungen und Verformungen bei den jeweiligen Modellen aufgrund von veränderter Tafelgeometrie bzw. veränderter VM-Steifigkeit bei einer Lasteinleitung parallel zu den Rippen ebenfalls geringer aus als bei horizontaler Lasteinleitung.

Die Formänderungsenergie infolge der Normalkräfte ist bei allen Modellen fast konstant und nahezu unabhängig vom VM-Abstand und von der Tafelgeometrie. Das größte Quantum an der Tafelverformung bilden immer die Anteile der parallel zu den Rippen wirkenden VM-Kräfte. Dies hat zur Folge, dass wiederum das statisch bestimmte Modell II eine hinreichend genaue Beschreibung des Tragverhaltens der Tafel darstellen würde. Allerdings ist die Lasteinleitung ein besonders anfälliger Bereich bei trapezförmigen Tafeln.

Trapezförmige Tafeln müssen am Lasteinleitungspunkt so konstruktiv ausgebildet sein, dass die angreifende horizontale Last entlang der geneigten Rippen aufgebracht werden kann und die dortigen Verbindungsmittel überwiegend parallel zu den Rippen beansprucht werden. Ansonsten lassen sich die trapezförmigen Tafeln nur bedingt zur Lastabtragung heranziehen. Bei einer rechten Tafelhöhe von $h_{d, rechts} = 2000$ mm konnten für die Modelle ohne Rippenverbindung am Lasteinleitungspunkt gerade noch die Nachweise der Verbindungsmittel für $a_1 \leq 50$ mm sowie der Rippenbiegung für eine horizontal angreifende Last von 2000 N erbracht werden.

Weiterführend müssten alternative Rippenverbindungen entworfen werden, die eine Lasteinleitung parallel zu den Rippen gewährleisten. Eine konstruktiv einfache Möglichkeit ist die Verbindung der vertikalen langen Rippe mit der geneigten Rippe über eine Nagelplatte. Bei Beanspruchung der geneigten Rippe durch eine horizontale Last wird diese durch die Verbindung kaum Biegebeanspruchungen erfahren. Die Nagelplatte wird sich verdrehen und die vertikale Rippe auf Zug sowie die geneigte Rippe auf Druck beanspruchen. Eine parallel zu den Rippen verlaufende Lasteinleitung ist somit gewährleistet. Um das

geschilderte Tragverhalten der Verbindung zu verifizieren, sind Kleinversuche notwendig, die bei Bestätigung der hier getroffenen Aussagen, Versuche an trapezförmigen Tafeln nach sich zögen. Die Einbeziehung von trapezförmigen Tafeln zur Lastabtragung beinhaltet zusätzlichen Raum für architektonische Gestaltungsmöglichkeiten im Holzbau und müsste schon aus diesem Grund weiter erforscht werden.

Kapitel 7

Literaturverzeichnis

- [1] **Adams P.E., Noel R. (1976):** Plywood Shear Walls, American Plywood Association, Report105, Tacoma, Washinton
- [2] **Ahrens H. und Dinkler D. (1991):** Finite–Element-Methoden Teil I, Inst. für Statik der TU Braunschweig, Bericht Nr. 88-50
- [3] **Alsmarker T. (1992):** Gypsum Plasterboards as Wind Bracing Elements in Timber Framed Buildings, Department of Structural Engineering, Lund Institute of Technology, Report TVBK-1007
- [4] **Biger J.-P. (1989):** Résistance au contreventement des murs en ossature bois. Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics, série307, no.476, 38-68
- [5] **Boresi A.P., Schmidt R.J. und Sidebottom O.M. (1993):** Advanced Mechanics of Materials, 5th Edition, Verlag John Wiley & Sons Inc, Canada
- [6] **Bouma A.L. (1993):** Mechanik schlanker Tragwerke, Springer Verlag Berlin Heidelberg
- [7] **Bund Deutscher Zimmermeister (2001):** Holzrahmenbau, Bruderverlag, Karlsruhe
- [8] **Bundesverband Deutscher Fertigbau e.V. (2001):** Moderner Holzhausbau in Fertigbauweise. WEKA Media, Kissingen
- [9] **Cziesielski E. (1982):** Stabilität von Holzhäusern unter Horizontalbelastung, Bauen mit Holz, 7/82, S.446-450
- [10] **Cziesielski E. u.a. (1984):** Konstruktion und Berechnung von Holzhäusern in Tafelbauart, Band 122, Expert Verlag Grafenau
- [11] **Degenkolb H.J. und Loring A.W.:** Design-Lateral Forces, Western Woods Use Books, VII-127 bis VII-150
- [12] **DIN1052 (1988):** T 1 bis T 3, Holzbauwerke, Berechnung und Ausführung; inkl. Kommentare zur DIN 1052, Beuth Verlag Berlin
- [13] **DIN1052 (2000):** Entwurf DIN 1052 (05/2000), Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken, Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau, Beuth Verlag GmbH Berlin
- [14] **Dinkler D. (1999):** Baustatik I, Inst. für Statik der TU Braunschweig
- [15] **Dolan J.D., Foschi R.O. (1991a):** Structural Analysis Model for Static Loads on Timber Shear Walls, J.Struc. Eng., Vol.117, Nr. 3, ASCE, Paper No.25627
- [16] **Dolan J.D., Foschi R.O. (1991b):** A Numerical Model to Predict the Dynamic Response of Timber Shear Walls, In Proceedings of the Intern. Timber Eng. Conf. London, B4, 338-345
- [17] **Duddeck H. und Ahrens H. (1991):** Statik der Stabtragwerke, Sonderdruck aus dem Betonkalender 1991, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften in Berlin
- [18] **Easley J.T., Foomani M. und Dodds R.H. (1982):** Formulas for Wood Shear Walls, J. Struct. Div., ASCE 108, St11, S.2460-2478
- [19] **Eurocode 5 (1993):** Design od Timber Structures
- [20] **Falk R.H., Itani R.Y. (1989):** Finite Element Modeling of Woods Diaphragms, J.Struc. Eng., ASCE 115, Nr. 3, S.543-559
- [21] **Foschi R.O.(1977):** Analysis of Wood Diaphragms and Trusses Part 1: Diaphragms, Can.J.Civ.Eng.4, Nr.3, S.345-352
- [22] **Glos P., Henrici D., Schmeler B. (1985):** Festigkeit geleimter / genagelter Wandtafeln , Forschungsber. EGH Nr.82/20 in der DGfH

- [23] **Glos P., Henrici D., Schmeler B. (1987):** Festigkeit von ein- und zweiseitig beplankten Wandelementen , Forschung und Praxis, Holz als Roh- und Werkstoff 45, S.41-48
- [24] **Gromala D.S. (1983):** Light-Frame Wall Systems: Performance and Predictability, US Depart. Of Agriculture, Forest Products Laboratory, Research Paper FPL442
- [25] **Gromala D.S. (1985):** Lateral Nail Resistance for Ten Common Sheathing Materials, For. Prod. J. (35), Nr.9, S.61-67
- [26] **Gromala D.S., McCutcheon W.J., Tuomi R.L. und Wolfe R.W. (1981):** Structural Continuity and Component Interaction, Metal Plate Wood Truss Conference, For. Prod. Res. Society, Madison, S.138-144
- [27] **Gupta A.K. und Kuo G.P. (1985):** Behavior of Wood-Framed Shear Walls, ASCE 111, Nr. 8, S.1722-1713
- [28] **Gupta A.K. und Kuo G.P. (1987):** Modelling of a Wood-Framed House, J.Struc. Eng., ASCE 113, Nr. 2, S.260-278
- [29] **Gupta A.K. und Kuo G.P. (1987):** Wood-Framed Shear Walls with Uplifting, J.Struc. Eng., ASCE 113, Nr. 2, S.241-259
- [30] **Gutkowski R.M., Castillo A.I. (1988):** Single- and Double- Sheathed Wood Shear Wall Study, J. Struct. Eng., Vol. 114, Nr.6, S.1268-1284
- [31] **Henrici D., Kufner M., Müller I. (1980):** Trag- und Verformungsverhalten von Wandscheiben aus Holz und Holzwerkstoffen unter Schubbeanspruchung, Forschungsber. EGH Nr.79501 in der DGfH
- [32] **Henrici D.H. (1984):** Zur Bemessung windaussteifender hölzerner Wandscheiben, Bauen mit Holz 12/84, S.873-877
- [33] **Hilson B.O., Smith I. und Whale L.R. (1989):** Characteristic Properties of Nailed and Bolted Joints under short Term Lateral Load, J. Inst. Wood. Sci, 11(5), S.156-161
- [34] **Itani R.Y. und Cheung C.K. (1984):** Nonlinear Analysis of Sheathed Wood Diaphragms, J.Struc. Eng., ASCE 110, Nr. 9, S.2137-2147
- [35] **Itani R.Y. und Falk R.H. (1988):** Prediction of Diaphragm Displacement, Intern. Conference on Timber Engineering 1988, S.766-773
- [36] **Itani R.Y., Hiremath G.S. und Hoyle R.J (1983):** Parameters Influencing Behavior of Diaphragms, J. Struct. Eng., ASCE 109, Nr.2, S.369-385
- [37] **Itani R.Y., Leichti R.J. und Kasal B. (1994):** Nonlinear Finite-Element Model of Complete Light-Frame Wood Structures, J. Struct. Eng., ASCE, Vol.120, Nr.1, S.100-119
- [38] **Itani R.Y., Tuomi R.L. und McCutcheon W.J. (1982):** Methodology to Evaluate Racking Resistance of Nailed Walls, For. Prod. J. 32(1), S.30-36
- [39] **Johansen, K.W. (1949):** Theory of Timber Connections, International Association of Bridge and Structural Engineering, Publication No. 9:249-262, Bern, Schweiz
- [40] **Källsner B. (1983):** Windaussteifungen von Wandkonstruktionen im Holzskelettbau, bauen mit Holz 6/83
- [41] **Källsner B. (1984):** Panels at Wind-Bracing Elements in Timber Walls, Wood Technology Report 56
- [42] **Källsner B. und Lam B. (1995):** Diaphragms and Shear Walls, Step3 Heft zum Eurocode 5, S.15/1-15/16
- [43] **Kamiya F. (1981):** Theoretical Studies on Racking Stiffness and Strength of Wooden Sheathed Walls, Transactions Architectural Inst. Of Japan No.309, Nr.9, S.86-94
- [44] **Kamiya F. (1987):** Buckling Theory of Sheathed Walls: Linear Analysis, J.Struc. Eng., ASCE 113, Nr. 9, S.2009-2002

- [45] **Kamiya F. (1988)**: Buckling Theory of Sheathed Walls: Nonlinear Analysis, J.Struc. Eng., ASCE 114, Nr. 3, S.625-641
- [46] **Kasal B. (ca. 1983)**: Berechnung der Holzkonstruktionen mit der Methode der Finiten Elemente im Verhältnis zu den elastischen Konstanten, Mitteilung des Holzforschungsinstitutes in Bratislava, S.1.2.020-1.2.036
- [47] **Kasal B., Wang M. und Leichti R. (1991)**: A Nonlinear Finite-Element Model for Wood Frame Stud Walls, Intern.Timber Engineering Conference in London, S.4.325-4.332
- [48] **Keith E.L. (1993)**: The Basics of Lateral Load Design, American Plywood Association, Tacoma, Washinton, Wood Design Focus, S.10-15
- [49] **Kessel M.H. (2001)**: Tafeln, Tagungsband 2001 der Karlsruher Holzbautage, Bruderverlag Karlsruhe
- [50] **Kessel M.H. und Augustin R. (1991)**: Lateral Stability of Roofs, Intern. Conference on Timber Engineering, London, Vol.4, S.362-369
- [51] **Kessel M.H. und Dettmann O.J.P. (2000)**: Ermittlung des Einflusses der Verankerung von Wandscheiben auf die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von Holzhäusern, Schlußbericht an die AiF, Inst. für Baukonstruktion und Holzbau (iBHolz), TU BS
- [52] **Kessel M.H. und Schönhoff T. (2001)**: Entwicklung eines Nachweisverfahrens für Scheiben auf der Grundlage von EC5 und DIN1052 *neu*, Schlußbericht an die AiF, Inst. für Baukonstruktion und Holzbau (iBHolz), TU Braunschweig
- [53] **Kessel M.H. und Wirth H. (1993)**: Gipskartonplatten zur Aussteifung von Holzhäusern, Zulassungsantrag z.Z. unveröffentlicht, Labor für Holztechnik (LHT) Hildesheim
- [54] **Kessel M.H., Huse M. und Augustin R. (2001)**: Einfluss der Verbindungsmittelabstände auf die Tragfähigkeit von Wandtafeln, Schlussbericht an die AGIP beim MWK des Landes Niedersachsen, Labor für Holztechnik (LHT) Hildesheim
- [55] **Kröplin B. und Dinkler D. (1995)**: Der Ingenieurbau, Teil Baustatik, Stabilitätstheorie, Verlag Ernst und Sohn in Berlin
- [56] **McCutcheon W.J. (1985)**: Racking Deformation in Wood Shear Walls, J.Struc. Eng., ASCE 111, Nr. 2, S.257-269
- [57] **Patton-Mallory M., Gutkowski R.M. und Solitis L.A. (1984)**: Racking Performance of Light-Frame Walls Sheathed on Two Sides, For. Prod. Lab., Res. Pap. 448
- [58] **Patton-Mallory M., McCutcheon W.J. (1987)**: Predicting Racking Performance of Walls Sheathed on Both Sides, For. Prod. J. (37), Nr.9, S.27-32
- [59] **Patton-Mallory M., Soltis L.A. (1986)**: Strength and Ductility of Sheathed Walls, 8th European conf. on earthquake, Lisboa, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil 7.6/57-7.6/63
- [60] **Polensek A. (1976)**: Finite Element Analysis of Wood-Stud-Walls, J. Struc. Div., ASCE, Vol.102, Nr.ST7,S.1317-1335
- [61] **Ramsted T., Reyes V., Espiloy E. (1971)**: Racking Resistance of Timber Framed Walls, Symposium on Lowrise Lightweight Constructions Budapest 1971, CIB S 56
- [62] **Raschper N. (1990)**: Zur Berechnung von Wandscheiben in Holztafelbauart, Dissertation an der TU Braunschweig am Inst. für Baukonstruktion und Holzbau
- [63] **Rierner M., Wauer J. und Weding W. (1993)**: Mathematische Methoden der Technischen Mechanik, Springer Verlag Berlin Heidelberg
- [64] **Rother K. (1992)**: ANSYS Benutzerhandbuch /Deutsche Übersetzung des User's Manuals, Volume I, CAD-FEM GmbH
- [65] **Schmidt R.J. (2000)**: Finite Element Analysis of Horizontal Diaphragms, Forschungsbericht z.Z. unveröffentlicht, Inst. für Baukonstruktion und Holzbau (iBHolz), TU Braunschweig
- [66] **Schmidt R.J. und Moody R.C. (1989)**: Modeling Laterally Loaded Light-Frame Buildings, J.Struc. Eng., Vol. 115, Nr. 1, S.201-217

- [67] **Schnell W., Gross D., Hauger W. (1989):** Technische Mechanik Band 2, Springer Verlag
- [68] **Schulze H. (1996):** Holzbau: Wände, Decken, Dächer, B.G. Teubner Verlag, Stuttgart
- [69] **Schulze H. und Gebhardt M. (1994):** Tragverhalten von Mehrasterwandscheiben mit Öffnungen, Bauen mit Holz 8/96, S.635-641
- [70] **Stein E. (1999):** Der Ingenieurbau, Teil: Mathematik, Technische Mechanik, Verlag Ernst und Sohn in Berlin
- [71] **Stewart A.H., Goodman J.R., Kliwer A. und Salsbury E.M. (1988):** Full-Scale Test of Manufactured Houses under Simulated Wind Loads, Intern.Timber Engineering Conference in Seattle, S.97-111
- [72] **Thieme D. (1990):** Einführung in die Finite-Elemente-Methode für Bauingenieure, Verlag für Bauwesen Berlin
- [73] **Tuomi R.L. (1978):** Racking Strength of Wood-Frame Walls, Reprint from Nat. Bureau of Standards, Publication 523, VI-25 bis VI-34
- [74] **Tuomi R.L. und Gromala D.S. (1977):** Racking Strength of Walls: Let-In Corner Bracing, Sheet Materials and Effect of Loading Rate, For. Prod. Lab. Res.Paper 301
- [75] **Tuomi R.L. und McCutcheon W.J. (1978):** Racking Strength of Light-Frame Nailed Walls, J.Struc. Div., ASCE 104, ST7, S.1131-1140
- [76] **Wachsmann K. (1939):** Holzhausbau Technik und Gestaltung, Birkhäuser Verlag, Basel
- [77] **Wagner C. (1982):** Dach- und Deckenscheiben in Holzhäusern in Holztafelbauart, Bauen mit Holz 8/82, S.509-518
- [78] **Wheat D.L., Vanderbilt M.D., Goodman J.R. (1983):** Wood Floors with nonlinear Nail Stiffness, J.Struc. Eng., ASCE 109, Nr. 5, S.1290-1302
- [79] **Wolfe R.W. (1983):** Contribution of Gypsum Wallboard to Racking Resistance of Light-Frame Walls, US Depart. Of Agriculture, Forest Products Laboratory, Research Paper FPL439
- [80] **Wunderlich W. und Redanz W. (1995):** Der Ingenieurbau, Teil: Rechnerorientierte Baumechanik, Die Methode der Finiten Elemente, Verlag Ernst und Sohn in Berlin
- [81] **Zienkiewicz O.C. (1975):** Methode der finiten Elemente, Carl Hanser Verlag München, 1.Auflage

LEBENS LAUF

Name		Olaf J. P. Dettmann
Geburtsdatum/ -ort		31.03.1966 in Lübeck
Nationalität		deutsch
Familienstand		verheiratet mit Frau Anja Dettmann, zwei Kinder Laura und Eric
Schul Ausbildung	1972 - 1976 1976 - 1983 1986 - 1989	Grundschule Lensahn Realschule Lensahn Gewerbeschule III in Lübeck Allgemeine Hochschulreife (Abitur) im Technischen Zweig des Fachgymnasiums
Berufsausbildung	1983 - 1986	Bauzeichnerlehre im Architekturbüro Dipl.-Ing. Rolf Brügge in Oldenburg / Holstein
Hochschulstudium	10/89 - 05/95	Bauingenieurwesen an der TU Braunschweig
Nebentätigkeiten	05/90 - 09/93 10/93 - 03/95 1994 - 1995	Architekturbüro Heinemeier und Hass in Braunschweig Ing. Büro Prof. Dr.-Ing. Hering, in Braunschweig Diverse eigenständige Bauvorhaben
Tätigkeiten	06/95 - 05/00 11/00 - dato	Wissenschaftlicher Mitarbeiter der TU Braunschweig am Institut für Baukonstruktion und Holzbau Berechnungsingenieur in der Forschung und Entwicklung der Volkswagen AG / Crashberechnung